1. MATEMATİĞİN BAŞLANGICI

Matematik sözcüğü, ilk kez, M.Ö. 550 civarında Pisagor okulu üyeleri tarafından kullanılmıştır. Yazılı literatüre girmesi, Platon'la (Eflatun) birlikte, M.Ö. 380 civarında olmuştur. Kelime manası "öğrenilmesi gereken şey", yani, bilgidir. Bu tarihlerden önceki yıllarda, matematik kelimesi yerine, yer ölçümü manasına gelen, geometri yada eski dillerde ona eşdeğer olan sözcükler kullanılıyordu.

Matematiğin nerede ve nasıl başladığı hakkında da kesin bir şey söylemek mümkün değildir. Dayanak olarak yorum gerektiren arkeolojik bulguları değil de, yorum gerektirmeyecek kadar açık yazılı belgeleri alırsak, matematiğin M.Ö. 3000-2000 yılları arasında Mısır ve Mezopotamya'da başladığını söyleyebiliriz. Herodot'a (M.Ö. 485-415) göre, matematik Mısır'da başlamıştır. Bildiğiniz gibi, Mısır topraklarının %97'si tarıma elverişli değildir; Mısır'a hayat veren, Nil deltasını oluşturan %3'lük kısımdır. Bu nedenle, bu topraklar son derece değerlidir. Oysa, her sene yaşanan Nil nehrinin neden olduğu taşkınlar sonucunda, toprak sahiplerinin arazilerinin hudutları belirsizleşmektedir. Toprak sahipleri de sahip oldukları toprakla orantılı olarak vergi ödedikleri için, her taşkından sonra, devletin bu işlerle görevli "geometricileri" gelip, gerekli ölçümleri yapıp, toprak sahiplerine bir önceki yılda sahip oldukları toprak kadar toprak vermeleri gerekmektedir. Heredot geometrinin bu ölçüm ve hesapların sonucu olarak oluşmaya başladığını söylemektedir.

Matematiğin doğuşu hakkında ikinci bir görüş de, Aristo (M.Ö. 384-322) tarafından ileri sürülen şu görüştür. Aristo'ya göre de matematik Mısır'da doğmuştur. Ama Nil taşmalarının neden olduğu ölçme-hesaplama ihtiyacından değil, din adamlarının, rahiplerin can sıkıntısından doğmuştur. O tarihlerde, Mısır gibi devletlerin tek entelektüel sınıfı rahip sınıfıdır. Bu sınıfın geçimi halk veya devlet tarafından sağlandığı için, entelektüel uğraşlara verecek çok zamanları olmaktadır. Kendilerini meşgul etmek için, başkalarının satranç, briç, go gibi oyunlar icat ettikleri gibi, onlar da geometri ve aritmetiği, yani o zamanın matematiğini icat etmişlerdir.

Bu her iki görüş de doğru olabilir; rahipler geometricilerin işini kolaylaştırmak istemiş, yada dağıtımın adil yapıldığını kontrol için, üçgen, yamuk gibi bazı geometrik şekillerdeki arazilerin alanlarının nasıl hesaplanacağını bulmuş ve bu şekilde geometrinin doğmasına neden olmuş da olabilirler.

Matematik Tarihinin Dönemleri

Matematiğin yazılı tarihini beş döneme ayıracağız:

Birinci dönem, Mısır ve Mezopotamya dönemi olacak; bu dönem aşağı yukarı M.Ö. 2000-500 yılları arasında kalan 1500-2000 yıllık bir zaman dilimini kapsayacak.

İkinci dönem, M.Ö. 500 ve M.S. 500 yılları arasında kalan ve Yunan Matematiği dönemi olarak bilinen 1000 yıllık bir zaman dilimini kapsayacak.

Üçüncü dönem, M.S. 500'lerden kalkülüsün (analizin) başlangıcına kadar olan ve esasta Hint, İslam ve Rönesans dönemi Avrupa matematiğini kapsayacak olan 1200 yıllık bir zaman dilimini kapsayacak.

Dördüncü dönem, 1700-1900 yılları arasında kalan, matematiğin altın çağı olarak bilinen, klasik matematik dönemini kapsayacak.

Beşinci dönem, 1900 lerin başından günümüze uzanan, ve modern matematik çağı olarak adlandırılan, içinde bulunduğumuz dönem olacak.

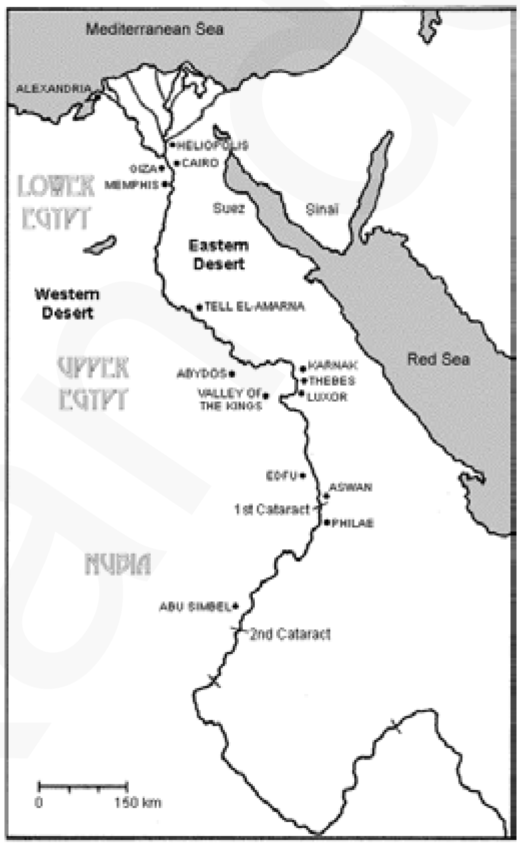
Her dönemi ayrı ayrı ele alıp, eldeki kaynaklar çerçevesinde, o dönemdeki matematiğin gelişimi, katkı yapan matematikçileri, matematiğin toplum hayatındaki yeri ve o dönem matematiğinin temel özellikleri hakkında bilgi vereceğiz.

2. BİRİNCİ DÖNEM (M.Ö. 2000-500)

MISIR VE MEZOPOTAMYA MATEMATİĞİ

2.1. Mısır Matematiği

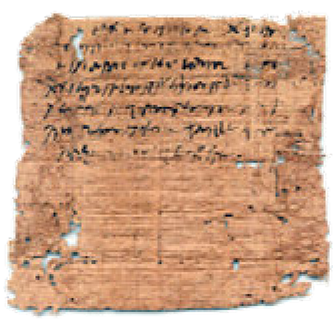
Eski Mısır matematiği ve genelde de Mısır tarihiyle ilgili *yazılı belge* yok denecek kadar azdır. Bunun iki temel nedeni vardır. Birincisi, eski Mısırlıların yazıyı papirüslere yazmaları; ikinci nedeniyse İskenderiye kütüphanelerinin geçirdikleri üç büyük yangın sonucunda, ki bu yangınların sonuncusu 641'de Mısır'ın Müslümanlar tarafından fethi sırasında olmuştur, yazılı belgelerin yok olmuş olmasıdır.



Mısırlıların yaptığı en büyük buluş, geliştirdikleri karmaşık ve anlaşılması güç yazı sistemidir. M.Ö. 3000 yıllarından önce geliştirilen bu yazı sistemi hiyeroglif olarak adlandırılmaktadır. Bu yazı sistemi, günümüz karikatürlerine benzeyen karmaşık bir resim yazısı şeklinde ortaya çıkmıştır.

Başlangıçta bu yazı daha çok dini elitin kullandığı yazı (hieratic) özelliği taşırken, daha sonra M.Ö. 1000 yıllarında daha yaygın popüler (demotic) bir yazı haline gelmiştir. Hem dini elitin kullandığı (hieratic) hem de popüler (demotic) yazılar mürekkep ile ve papirüs denilen kağıtların üzerine yazılmıştır.

Papirüs, Nil deltasında büyüyen, kırmızımtırak renkte, saz türü bir bitkinin, ortalama 15-25 metre uzunluğunda ve 30-50 santim genişliğinde olan yapraklarıdır. Bu yapraklar kesilip, birleştirilip, preslendikten ve bazı basit işlemlerden geçirildikten sonra, kâğıt yerine yazı yazmak için kullanılırmış. “Paper”, “papier” gibi batı dillerindeki kâğıt karşılığı sözcükler, papirüs sözcüğünden türetilmiştir. Bir papirüsün ortalama ömrü 300 yıldır; 300 yıl sonra, papirüs, nem, ısı ve benzeri nedenlerle, pul pul olup dökülmektedir.



Rosetta Taşı bulunana kadar hiyeroglif yazısını anlayabilmek mümkün olmamıştır. Rosetta Taşı 1799 yılında Napolyon ordusunun seferi birlikleri tarafından İskenderiye kenti yakınlarında bulunmuş ve hiyeroglif yazısının anlaşılmasında anahtar olarak kullanılmıştır. Cilalı siyah taş üzerinde Yunanca, Hiyeroglif ve Ptolemi dilinde olmak üzere mesajlar yazılıdır. Yunanca dilini kullanarak ve mesajların aynı olduğu varsayımı ile hiyoroglif yazısı çözülebilmiştir.

Rosetta Stone

Fransız Mısırbilimci Jean François Champollion 1821 yılında hiyeroglif yazısını çözmeyi başardı ve Mısır ile ilgili yeni çalışmaların kapısını açtı.

Mısır'da yapılan sayma, ölçme vb gibi matematiksel konular ile ilgili esas kalıntılar papirüs kağıdına yazılanlardan oluşmaktadır. Günümüze özel şartlar altında saklandığı anlaşılan matematikle ilgili iki papirüs ulaşabilmiştir. Bu papirüslerden ilki, Ahmes (ya da Rhind) papirüsü ve ikincisi de Moskova papirüsüdür. Mısır matematiği hakkındaki bilgimizin ana kaynakları bu iki papirüstür.

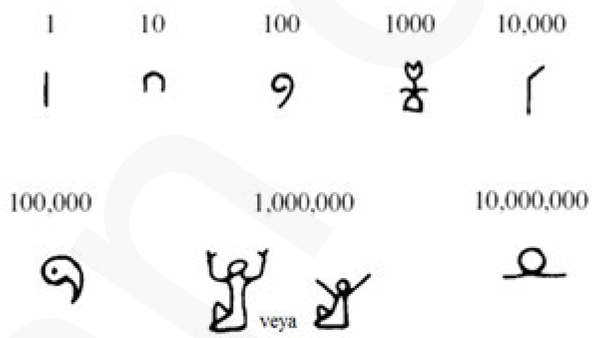
Ahmes (ya da Rhind) papirüsü

Rhind Papirüsü

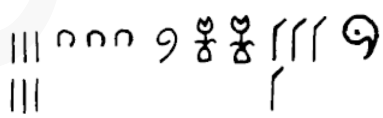
Ahmes (ya da Rhind) papirüsü 6 metre uzunluğunda ve 35 cm kadar genişliğinde olan bir papirüstür. Bu papirüsün, M.Ö. 2000'li yıllarda yazılmış olan bir papirüsün, M.Ö. 1650'lerde Ahmes isimli bir "matematikçi" tarafından yazılan bir kopyasıdır. Bu papirüsü 1850'lerde İrlandalı antikacı H. Rhind satın almıştır, şimdi British Museum'dadır. Bu papirüs, matematik öğretmek gayesiyle yazılmış bir kitaptır. Giriş kısmında, kesirli sayılarla işlemleri öğretmek gayesiyle verilen birkaç alıştırmadan sonra, çözümleriyle 87 soru verilmektedir. Bu sorular, paylaşım hesabı, faiz hesabı veya bazı geometrik şekillerin alanını bulmak gibi, insanların günlük hayatta karşılaşabileceği türden sorulardır.

Mısır matematiğinde, dönemin Yunan matematiğinden farklı olarak, soyut düşünceden çok pratik uygulamalar yer alıyordu. Nil nehrinin akışını düzenlemek, piramitlerin yapımı, gemicilik, ticaret gibi sebeplerle uygulamalı matematik çok popülerdi. Sayı sistemi olarak Romalıların da kullandığı onlu sistemi kullanıyorlardı. 10'dan büyük her 10'lu birim için özel simgeler kullanıyorlardı. Rakam sistemlerinin yazımı ve kullanımı Romen rakamlarınınki gibidir. Bu rakamlarla hesap yapmak çok zordur. Mısır matematiğinin gelişmemesinin bir nedeni de bu olabilir.

Dersimizde aşağıdaki sayı yazılışlarını kullanacağız:

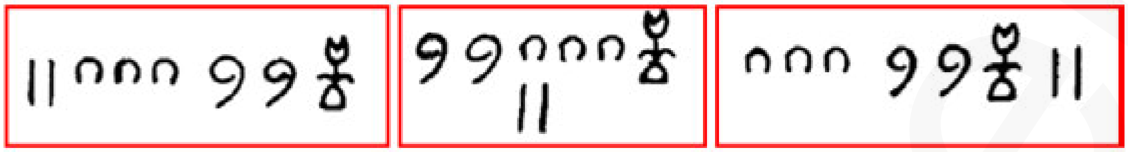


Örnek: Aşağıda hiyeroglif semboller ile yazılmış sayının bugünkü karşılığını yazınız.



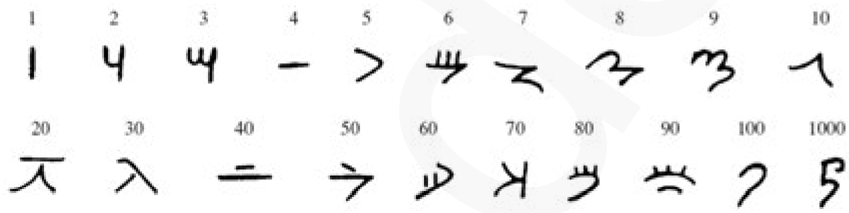
Cevap: $1.100000 + 4.10000 + 2.1000 + 1.100 + 3.10 + 6.1 = 142136$ bulunur.

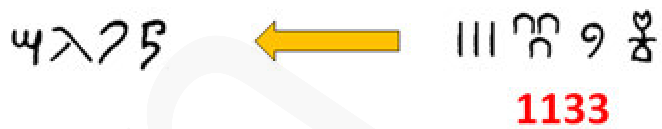
Mısır sayı sisteminde basamak değeri diye bir kavram yoktu. Sayıları gösteren şekillerin değerleri vardı.



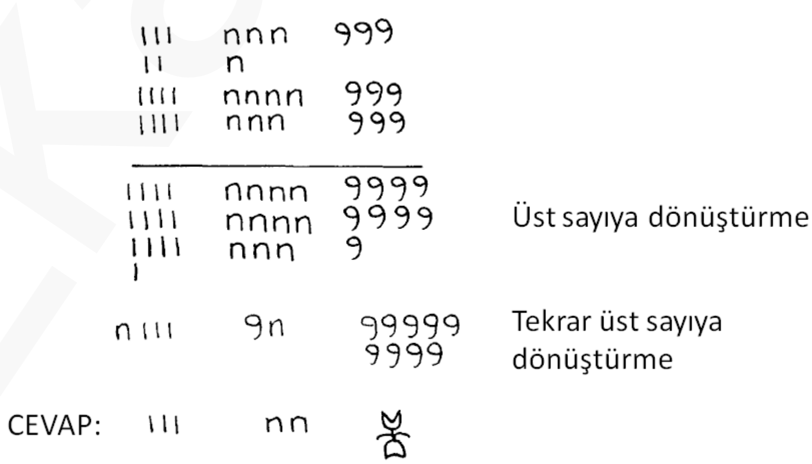
Yukarıda gösterilen her üç sayı da ayni değeri ifade ediyordu: $1000 + 200 + 30 + 2 = 1232$.

Hieratic sistemde, tekrarlanan semboller yerine onları temsil eden yeni semboller kullanılmaya başlandı. Dönemin yazıcıları, sadece 1 ve 10'un üstlü değerlerini değil, onların tam sayı katları ile, yüz ve bin sayılarının da katlarını semboller ile göstermeye başladılar.

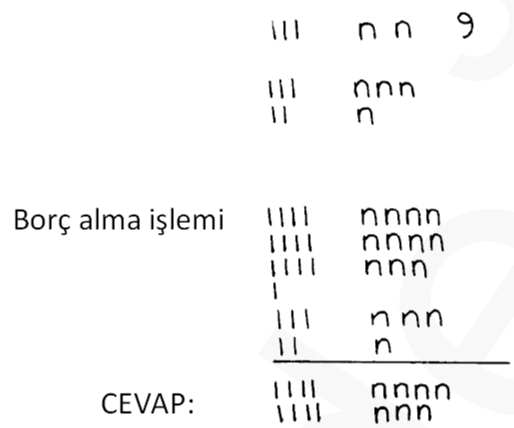




Mısırlılar, toplama ve çıkarma işlemlerini kolayca yapabiliyorlardı. Toplama için yapmaları gereken tek şey sayı sembollerini toplamak ve her 10 sembolde bir üst sayıya dönüştürmek idi. Toplama işlemine ait bir örnek aşağıda verilmiştir.



Çıkarma işlemlerini de toplamanın tersi olacak şekilde kolayca yapabiliyorlardı. Bazen bir üst sayıdan borç almak gerekebiliyordu. Aşağıda çıkarma işlmeine dair bir örnek verilmiştir.



Mısırlılar, çarpmayı, ardışık toplamalara dönüştüren, toplama ağırlıklı bir aritmetik geliştirdiler. Örneğin bir sayıyı 14 ile çarpmak için ayrı ayrı 8, 4 ve 2 ile çarparak çıkan sonuçları topluyorlardı. Buna göre 17'yi 14 ile çarpmak için aşağıdaki işlemler yapılıyordu:

$$\begin{array}{ccc} 1 & & 17 \\ \boxed{2} & \to & 34 \\ \boxed{4} & \to & 68 \\ \boxed{8} & \to & 136 \end{array}$$

böylece $14 = 2 + 4 + 8$ ve $34 + 68 + 136 = 238$ oluğundan şimdiki yazılış ile $14.17 = 238$ elde ediliyordu. Benzer olarak 59'u 41 ile çarpmak için

$$\begin{array}{ccc} \boxed{1} & \to & 59 \\ 2 & & 118 \\ 4 & & 236 \\ \boxed{8} & \to & 472 \\ 16 & & 944 \\ \boxed{32} & \to & 1888 \end{array}$$

işlemleri yapılırdı. Burada $41 = 31 + 8 + 1$ olduğu kullanılarak karşılık gelen satırların toplanmasıyla $41.59 = 1888 + 472 + 59 = 2419$ bulunurdu.

Mısırlılar, bölme işlemini ise, ardışık olarak (bölünen sayıyı geçene kadar) bölenin iki katını alarak gerçekleştiriyorlardı. Örneğin, 91'i 7'ye bölme işlemini şöyle gerçekleştiriyorlardı:

$$\begin{array}{ccc} 1 & \leftarrow & \boxed{7} \\ 2 & & 14 \\ 4 & \leftarrow & \boxed{28} \\ 8 & \leftarrow & \boxed{56} \end{array}$$

böylece $91 = 56 + 28 + 7$ olduğundan karşılık gelen satırlardaki sayıların toplanmasıyla şimdiki yazılış ile $91 \div 7 = 8+4+1 = 13$ bulunur. Bölme işlemi her zaman az önce olduğu gibi basit gerçekleştirilemiyordu. Tam bölünmenin gerçekleşmediği durumlarda bu kez böleni ikiye bölme işlemleri kullanılıyordu. Örneğin 35'i 8'e bölme işlemini aşağıdaki biçimde yapıyorlardı:

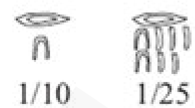
$$\begin{array}{cc} 1 & 8 \\ 2 & 16 \\ 4 & 32 \end{array}$$

iki kat işlemleri sonucunda sağ taraftaki sütunların toplamından 35 elde edilemiyor. Bu durumda böleni ikiye bölerek tabloyu aşağıdaki biçimde devam ettiriyoruz:

$$\begin{array}{ccc} 1 & & 8 \\ 2 & & 16 \\ 4 & \leftarrow & \boxed{32} \\ \frac{1}{2} & & 4 \\ \frac{1}{4} & \leftarrow & \boxed{2} \\ \frac{1}{8} & \leftarrow & \boxed{1} \end{array}$$

böylece $35 = 32 + 2 + 1$ olduğundan karşılık gelen satırlardaki sayıların toplanmasıyla şimdiki yazılış ile $35 \div 8 = 4 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ bulunur.

Mısır matematiğinin en önemli tarafı kesirlerle yapılan hesaplamalardaki uzmanlıklarıdır. Bütün kesirler payı bir olan ve birim kesir denilen kesirlerin toplamı şeklinde yazılabiliyordu. Bunlara Mısır kesirleri de denilmektedir. Birim kesirler yazım kolaylığı açısından paydadaki sayının üzerine bir çizgi çekilerek ifade ediliyordu. Örneğin, $\frac{1}{10}$ yerine $\overline{10}$ yazılıyordu. Birim kesirler dışında müsaade edilen tek kesir $\frac{2}{3}$'tü ve sembolü  idi. Hiyeroglif sayılarında kesiri göstermek için sayının üzerine  işareti yerleştiriyorlardı,



Mısırlılar, her sayının 2'nin farklı kuvvetlerinin bir toplamı olarak yazılabileceğinden haberdardılar. Bundan faydalanarak tüm kesirlerin, $\frac{2}{n}$ şeklindeki kesirlerin birim kesirlere ayrışımı bilindiğinde, birim kesirlerin toplamı olarak yazılabileceğini keşfetmişlerdi. Kesirleri birim kesir cinsinden ifade edebilmek için özel $\frac{2}{n}$ tabloları oluşturmuşlardı.

Papirüsteki listede hiç hata olmayışı etkileyicidir. Birim kesirlere ayrıştırmanın nasıl yapıldığına dair çeşitli iddialar vardır. Ayrıca $\frac{2}{n}$ şeklindeki birçok kesir birden fazla şekilde birim kesirlerin toplamı olarak yazılabilir. Örneğin,

$$\frac{2}{19} = \frac{1}{12} + \frac{1}{57} + \frac{1}{220} \text{ veya } \frac{2}{19} = \frac{1}{12} + \frac{1}{76} + \frac{1}{114}$$

yazılabilir. Ancak Rhind Papirüsünde neden bunlardan ikincisinin kullanıldığı hala anlaşılamayan noktalardan birisidir. Bu problemle ilgili bazı iddialar; paydası küçük olana, en az sayıda birim kesir içerene, paydası çift sayı olanlara öncelik verildiği şeklindedir.

n	$\frac{2}{n}$	n	$\frac{2}{n}$
3	$\overline{2} + \overline{6}$	53	$\overline{30} + \overline{318} + \overline{795}$
5	$\overline{3} + \overline{15}$	55	$\overline{30} + \overline{330}$
7	$\overline{4} + \overline{28}$	57	$\overline{38} + \overline{114}$
9	$\overline{6} + \overline{18}$	59	$\overline{36} + \overline{236} + \overline{531}$
11	$\overline{6} + \overline{66}$	61	$\overline{40} + \overline{244} + \overline{488} + \overline{610}$
13	$\overline{8} + \overline{52} + \overline{104}$	63	$\overline{42} + \overline{126}$
15	$\overline{10} + \overline{30}$	65	$\overline{39} + \overline{195}$
17	$\overline{12} + \overline{51} + \overline{68}$	67	$\overline{40} + \overline{335} + \overline{736}$
19	$\overline{12} + \overline{76} + \overline{114}$	69	$\overline{46} + \overline{138}$
21	$\overline{14} + \overline{42}$	71	$\overline{40} + \overline{568} + \overline{710}$
23	$\overline{12} + \overline{276}$	73	$\overline{60} + \overline{219} + \overline{292} + \overline{365}$
25	$\overline{15} + \overline{75}$	75	$\overline{50} + \overline{150}$
27	$\overline{18} + \overline{54}$	77	$\overline{44} + \overline{308}$
29	$\overline{24} + \overline{58} + \overline{174} + \overline{232}$	79	$\overline{60} + \overline{237} + \overline{316} + \overline{790}$
31	$\overline{20} + \overline{124} + \overline{155}$	81	$\overline{54} + \overline{162}$
33	$\overline{22} + \overline{66}$	83	$\overline{60} + \overline{332} + \overline{415} + \overline{498}$
35	$\overline{30} + \overline{42}$	85	$\overline{51} + \overline{255}$
37	$\overline{24} + \overline{111} + \overline{296}$	87	$\overline{58} + \overline{174}$
39	$\overline{26} + \overline{78}$	89	$\overline{60} + \overline{356} + \overline{534} + \overline{890}$
41	$\overline{24} + \overline{246} + \overline{328}$	91	$\overline{70} + \overline{130}$
43	$\overline{42} + \overline{86} + \overline{129} + \overline{301}$	93	$\overline{62} + \overline{186}$
45	$\overline{30} + \overline{90}$	95	$\overline{60} + \overline{380} + \overline{570}$
47	$\overline{30} + \overline{141} + \overline{470}$	97	$\overline{56} + \overline{679} + \overline{776}$
49	$\overline{28} + \overline{196}$	99	$\overline{66} + \overline{198}$
51	$\overline{34} + \overline{102}$	101	$\overline{101} + \overline{202} + \overline{303} + \overline{606}$

$\frac{2}{n}$ tablosu

Rhind Papirüsünde yer alan bu tablonun nasıl kullanıldığını yine bu papirüsteki 21. problemin incelenmesinden anlayabiliriz

Rhind Papirüsü Problem 21. $\frac{2}{3}$ ile $\frac{1}{15}$'i 1'e tamamlayınız.

Modern terminolojide bu, $\frac{2}{3} + \frac{1}{15} + x = 1$ denkleminin çözümü olacak x kesrinin bulunması problemine dönüşür. Çözüm metodu, uygun bir sayıyla çarparak (bir nevi payda eşitleyerek) kesirlerin paydalarından kurtulmakla başlar. Bu örnekte de tüm ifadeleri 15 ile çarparak $10 + 1 + 15x = 15$ eşitliği elde edilir. Tabii, yine bu eşitlik o zamanki şekliyle "10 ve 1'i 15'e tamamlayınız" şeklindeydi ve çözümü de $15x = 4$ eşitliğinden elde edilecektir. O halde aranan x kesiri $\frac{1}{15}$ birim kesirinin iki katının iki katına (yani dört katına) eşit olacaktır. Bu noktada papirüsteki tabloya gerek duyulur. $\frac{1}{15}$'in iki katı, yani $\frac{2}{15}$, tablodan $\frac{2}{15} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$ olarak alınır. Böylece sonuçta $\frac{2}{15}$'in iki katı, $\frac{2}{10} + \frac{2}{30} = \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$ olarak elde edilir. Bu da aranan x kesrinin birim kesirlerin toplamı şeklindeki eşitidir.

Rhind Papirüsünde bulunan aşağıdaki problemde 3700 yıl önce π sayısının ne şekilde ve ne kadar yakın bir değerinin bulunduğunu göreceğiz.

Rhind Papirüsü Problem 50. Yuvarlak bir tarlanın çapı 9 ise alanı nedir?
Ahmes şu çözümü vermiştir: Çaptan, çapın dokuzda birini çıkarın. Bu örnekte çıkarılacak sayı 1 olup kalan 8 dir. Bunu kendisiyle çarparak alanın $8.8 = 64$ olduğu bulunmuştur. Burada d çaplı bir dairenin alanının $(d - \frac{d}{9})^2$ olduğu tahmini kullanılmıştır. Bugünkü bilgilerimize göre d çaplı bir dairenin alanı $\pi(\frac{d}{2})^2$ olduğundan Ahmes'in bulduğu sonuçla karşılaştırıldığında $64 = \pi\frac{9^2}{4}$ bulunur. Gerekli sadeleştirmeler sonucunda π sayısının o zaman hesaplanan yaklaşık değeri $\pi = \frac{256}{81} = 3.1605$ şeklinde bulunur.

Kullanılan Kaynaklar:

1) Matematiğin Kısa Bir Tarihi, Ali Ülger

2) Matematik Tarihi, Hüseyin Etikan

3) Matematik Tarihi, İsmail Naci Cangül