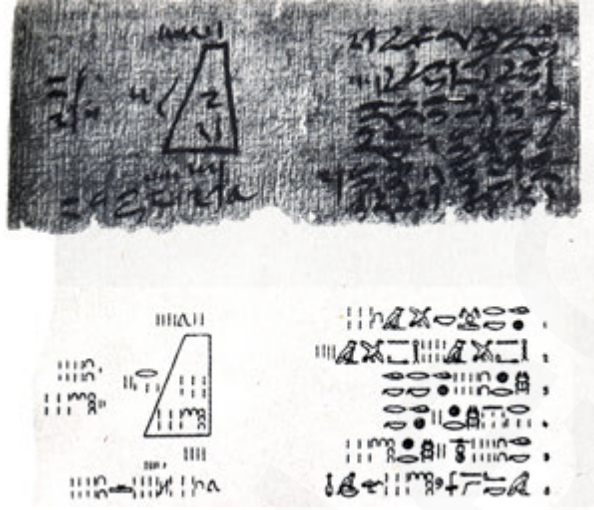


Moskova Papirüsü



Moskova papirüsü

Rhind Papirüsü kadar meşhur olmasa da Mısırlılar döneminden kalma bir başka papirüs, Moscow Papirüsü olarak bilinen papirüstür. Bu papirüste de günlük uygulamaları içeren 25 adet problem vardır. Bu problemler arasında ekmek ve bira ile ilgili oranlara ilişkin olanlar ilgi çekicidir. Bu 25 problem arasında özellikle 14. sü o devirde Mısır matematiğinin ulaştığı noktayı göstermesi açısından çok önemlidir.

Moskova Papirüsü Problem 14. Tepesi kesilmiş bir kare piramidin hacminin hesaplanması.

Alt taban kenarı 4 br, üst taban kenarı 2 br, yüksekliği de 6 br olan bir tepesi kesik kare piramidin hacmini bulalım. Bu tür bir hesaplama, günümüzde bile nasıl yapıldığından emin olunamayan piramitlere ilişkin güzel bir hesaplama örneğidir.

Hesaplama taban alanının hesaplanmasıyla başlar: $4 \cdot 4 = 16$. Sonra üst tabanın alanı hesaplanmaktadır: $2 \cdot 2 = 4$. Bundan sonra da tabanların kenar uzunlukları çarpılmıştır: $2 \cdot 4 = 8$. Bu üç sayı toplanmış ve $16 + 4 + 8 = 28$ bulunmuştur. Son olarak ta yüksekliğin üçte biri olan 2, bulunan bu sonuçla çarpılmıştır ve papirüste “sonuç 56’dır” diye belirtilmiştir.

Bu problem bize Mısırlıların 3800 yıl önce, bugünkü cebirsel formüllerle olmasa da, kesik kare piramidin hacmini veren formülü bildiklerini göstermektedir. Bu formül günümüzdeki şekliyle şu şekilde ifade edilebilir: Alt taban kenar uzunluğu a , üst taban kenar uzunluğu b ve yükseklik h olmak üzere hacim

$$V = \frac{h(a^2 + ab + b^2)}{3}$$

şeklindedir.

2.2. Mezopotamya Matematiği

“Antik Mezopotya” M.Ö. 6000 yıllarında başlayıp, M.Ö. 600’de bölgenin Perslerin hakimiyeti altına girmesine kadar geçen sürede bölgede hakimiyet süren tüm medeniyetleri anlatır.



Mezopotamya

Dicle ve Fırat nehirleri arasında kalan tarıma elverişli bölgeleri, Yunanlılar, ‘iki nehir arasında kalan topraklar’ manasına gelen “Mezopotamya” olarak adlandırmışlardı.

Mezopotamya ilk bronz çağından başlayarak, önemli medeniyetlere evsahipliği yaptı. Bu nedenle bölge “medeniyetin beşiği” olarak da adlandırılır. Mezopotamya tarih boyunca farklı kavimlerin bir arada yaşadığı bir bölge olmuştur. Bölgeye uzun süre devam eden sürekli göçler, hem siyasi iktidarın belirli bir çizgi izlemesini engellemiş hem de kültürel ve teknolojik anlamda kent ve toplumların gelişimini körüklemiştir.

Mezopotamya bölgesi dünyanın en tanınmış ve köklü medeniyetlerinden birkaçına evsahipliği yapmıştır; Sümerler, Akadlar, Babilliler, Asurlular ve Aramiler gibi. Bunların dışında daha birçok kavim Mezopotamya’da yaşamıştır. Verimli toprakları ve uygun iklim şartları nedeniyle çok eski zamanlardan beri yoğun göçe sahne olmuş Mezopotamya, birçok farklı kültür ve halkın karıştığı bir bölge olarak medeni gelişime sahne olmuştur.

Mezopotamyada ilk yazı denemeleri, tarihi olayları ve hikâyeleri anlatan adına da **piktogram** denilen kil tabletler üzerine çizilmiş resimler olarak karşımıza çıkmaktadır. Daha sonraları farklı harfler için farklı işaretler geliştirmeye başlarlar ki buna **çivi yazısı** denmiştir. Bu yeni yazı türü kısa sürede yaygınlaşır ve piktogramlardan daha fazla kullanılmaya başlar. Harfler, kil tabletler üzerine çizilir ve pişirilirdi.



Mezopotamya'da yaşamış medeniyetlerden zamanımıza, Mısır'dan kalandan çok kat daha fazla yazılı belge kalmıştır. Bunun nedeni, Mezopotamyalıların yazı aracı olarak kil tabletleri kullanmalarındır. Pişirilen ya da güneşte iyice kurutulan bir kil tabletin ömrü sonsuz denecek kadar uzundur. Yapılan kazılarda yarım milyondan fazla tablet bulunmuştur. Bu tabletlerin önemli bir kısmı İstanbul Arkeoloji Müzesi'ndedir. Şimdiye kadar incelenmiş olanlarının içinde, beş yüz kadarında matematiğe rastlanmıştır.

Bu bölgede yaşamış medeniyetlerin matematiği hakkında bilgimiz bu tabletlerden gelmektedir. Bu tabletlerden anlaşıldığına göre, Mezopotamya'da matematik, Mısır matematiğinden daha ileridir. Mısırlıların bildikleri matematiği bildikleri gibi, ikinci dereceden bazı polinomların köklerini bulmasını, iki bilinmeyenli iki denklemden oluşan bir sistemi çözmesini de biliyorlar. O zamanlarda henüz negatif ve irrasyonel (kesirli olmayan) sayılar bilinmemektedir. Bu nedenle ikinci dereceden her polinomun köklerini bulmaları mümkün değildir. Mezopotamyalılar, daha sonra Pisagor Teoremi olarak adlandırılacak olan teoremi biliyorlardı. π sayısını karesi 10 olan bir sayı olarak bilmekteydiler. Daha sonraları 3.15 olarak da kullanmışlardır.

Özellikle Sümer, Akad ve Babil medeniyetleri döneminde aritmetik ve cebir konusunda matematiğin gelişmesine önemli katkılar yapılmıştır. Babilliler gelişmiş bir sayı sistemine sahiptiler, bu sistem bazı yönleri ile bugün kullandığımız sayı sisteminden bile daha gelişmiş idi. Bu sistem, bugün kullandığımız basamak değerli 10 tabanına göre olan değil, 60 tabanına göre basamak değerli bir sistem idi.

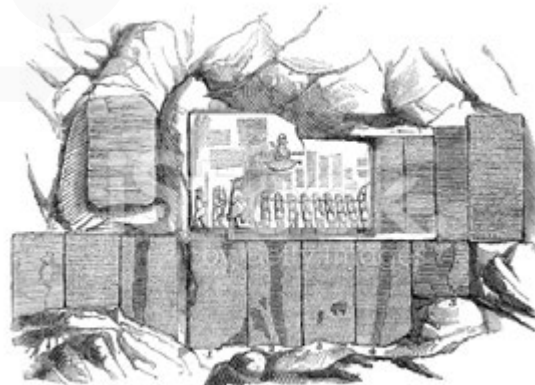
Babilliler bir günü 24 saate bölmeyi biliyorlardı. Her saati 60 dakika ve her dakikayı da 60 saniye olarak gösterebiliyorlardı. 5 saat, 25 dakika, 30 saniyeyi ifade etmek için kesirli 60 tabanlı bir sistem kullanılıyor ve $5 \frac{25}{60} \frac{30}{3600}$ sayısı şeklinde gösteriliyordu. Bunu günümüzde 60 tabanlı olarak 5; 25, 30 şeklinde ifade edeceğiz.

Babillilerin hesaplama ile ilgili en çarpıcı buluşları ise hesaplama tabloları oluşturarak hesaplama yapmaları idi. Fırat nehri kıyılarındaki Senkerah kentinde 1854 yılında bulunan ve M.Ö. 2000 yılına ait olduğu tespit edilen iki tablette 59'a kadar olan sayıların kareleri ve 32'ye kadar olan sayıların küpleri tablo halinde verilmektedir. Şu anda Berlin müzesinde muhafaza edilmekte olan başka bir tablette ise, $n = 1, 2, \dots, 50$ için, sadece n^2 ve n^3 değerleri değil, aynı zamanda $n^2 + n^3$ toplamları da liste halinde gösterilmiştir. Başka bir grup tablette ise sayıların kesirleri ilgili bilgiler gözlemlenmiştir.

Tablolarla ilgili tabletlerden farklı olarak cebir ve geometri problemleri ile ilgili tabletler de bulunmuştur. Bunlar, genellikle birbirine benzer problemleri belirtmekte ve bu problemlerin çözümlerini ve cevaplarını içermektedir. Bu tabletlerde çözümün genel kuralları belirtilmemiş olmasına rağmen, çözümlerdeki doğruluk ve isabet Babillilerin birtakım teorik yaklaşımları matematikte kullanabildiklerini çağrıştırmaktadır.

Behistun Kayası

Babil'den, antik Med başkenti Ektabana'ya giden yol yakınlarında bulunan dağların bir yüzündeki kayalar üzerine yontulmuş yazı ve resimler Med kralı Darius tarafından yaptırılmış ve M.Ö. 515 yılına aittir. Üzerinde çivi yazısı ile yazılmış metinler ve resimler bulunan bu taş Behistun Kayası olarak adlandırılmıştır. Bu kaya üzerinde, Babil (Akat), Elam, ve Pers olmak üzere üç dilde yazılar bulunmaktadır.



Rock Inscriptions at Behistun.

Babililer önce kamış ucu, daha sonra ise üçgen ucu bulunan çubuklar kullanmak sureti ile yazılarını yazmışlardır. Bu çubuklar ile nemli kil tabletler üzerine işaretler yazmışlar ve nemli kilin erken kuruması nedeni ile yazıyı yazabilmek için bir defada ve kısa yazılar yazmak zorunda kalmışlardır. Bu kil tabletler fırınlandığı veya güneşte kurutulduğunda dayanıklı halde muhafaza edilebilmişlerdi. Bu dönemlerden kalan kil tabletlerden elde edilen bilgilere göre, Mezopotamya'da matematik alanında şu gelişmeler yaşanmıştır.

- 60 tabanına göre sayı sistemi biliniyordu
- Sayılarda basamak değeri biliniyordu
- Abaküs bu dönemde Akadlar tarafından keşfedildi
- Sayılarla dört işlem yapmayı biliyorlardı
- Pisagor üçgeni ile ilgili bilgileri vardı
- İkinci ve üçüncü dereceden denklemlerin çözümlerini yapabiliyorlardı
- Kare kök hesabı yapmayı biliyorlardı
- Lineer denklem sistemlerini çözmeyi biliyorlardı
- Alan ve hacim bulma konusunda bilgileri vardı
- Astronomi ile yakından ilgilenmişlerdir

60 Tabanına Göre Sayı Sistemi

60 tabanına göre sayı sisteminin ilk kez M.Ö. 2350 yıllarında Sümerler tarafından kullanılmaya başlandığı sanılmaktadır. Alman asurolog Kewitsch'e göre 60 tabanlı sayı sistemi, 6 ve 10 tabanına göre sayma bilen iki topluluğun teması sonucunda, Sümerler döneminde ortaya çıkmaya başlamıştır. Bunun sonucu olarak 1, 10, 60, 600, 3600... gibi birimler ortaya çıkmış ve Sümerler bu birimlerin her biri için değişik işaretler kullanmaya başlamıştır. Ticaret, alışveriş, astronomi ve zaman ölçümü gibi işlerde sayıları

60lar, 3600ler gibi gruplayarak kullanmak Sümerlerin sayma işlemlerinde gelişmesine neden oldu. 60 tabanlı sistemin, 10 tabanlı sisteme tercih edilme nedeni, o dönemdeki yazıcıların bölme işlemlerini yapma ile ilgili yaşadıkları zorluklar ve 60 sayısının bölünenlerinin, 10 sayısına göre fazla olması idi. Fazla sayıda bölen olması, kesirleri kalan olmadan ifade etmekte kolaylık sağlamıştır.

Rakamların Semboller İle Gösterilmesi

Mezopotamya'nın bir diğer özelliği ise, sayıları temsil eden soyut şekillerin kullanılması olmuştur. Soyut rakam sembolleri ilk kez Akadlar döneminde ortaya çıkmaya başlamıştır. Akadlar döneminde, Sümer resim yazıları zaman geçtikçe unutulmuş ve bu resimler belirli kelimeleri veya sayıları temsil eden soyut simgeler haline dönüşmüşlerdir. Bu şekilde gelişen soyut yazı sembolleri kullanılarak Mezopotamyalılar 1'den 59'a kadar olan sayıları aşağıdaki sembollerle ifade ettiler.

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50			

Dikkat edilirse sadece 1 ve 10 sayıları için ve toplam 2 sembol kullanıldığı hemen fark edilmektedir.

1 sayısını ifade etmek için sembolü (bu derste bazen  kullanılacaktır)

10 sayısını ifade etmek için sembolü (bu derste bazen  kullanılacaktır)

Sadece iki sembolün kullanılması, sayılar gösterilirken sembollerin tekrarlanarak kullanılması zorunluluğu nedeniyle bir dezavantaj oluşturmuştur.

Sayıların Basamak Değerleri İle İfade Edilmesi

Babilliler, Sümer ve Akad sayı sistemlerini daha da geliştirdiler. Sümer ve Akad dönemlerinde sayılar semboller ile gösterilmesine rağmen, bu dönemlerde basamak değeri ile ilgili bir bilginin olduğuna dair elimizde hiçbir veri bulunmamaktadır. Babilliler, basamak değerini bularak, insanlık tarihinin belki de en önemli buluşlarından birini gerçekleştirmiş oldular. 1854 yılında, İngiliz yerbilimci William K. Loftus'un bulduğu ve sayıların karelerinin sıralandığı iki kil tablet, basamak değerlerinin Babilliler döneminde kullanıldığını kesinleştirmiş oldu. Bu tabletlerde sıralanan sayılar; 1, 4, 9, ..., 7^2 için 49. Bunları takip eden 8^2 için 14, 9^2 için 121 ve diğerleri bulunmakta idi.

$$\begin{aligned} 8^2 &\longrightarrow \text{𐎶} \text{𐎶} \\ 9^2 &\longrightarrow \text{𐎶} \llcorner \text{𐎶} \end{aligned}$$

8^2 için 14, 9^2 için 121 incelendiği zaman bu sayıların aslında basamak değerleri kullanılarak 64 ve 81 sayılarını ifade ettikleri anlaşılmaktadır.

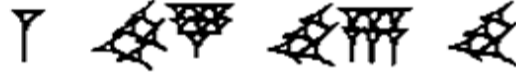
8^2 için gösterilen 14'ün, aslında $1.60^1 + 4.60^0 = 64$, olduğu

9^2 için gösterilen 121'in ise, $1.60^1 + 21.60^0 = 81$ olduğu anlaşılmaktadır.

$$\begin{aligned} \text{𐎶} \text{𐎶} &= 14 = 64 \text{ sayısının gösterilişi} \\ \text{𐎶} \llcorner \text{𐎶} &= 121 = 81 \text{ sayısının gösterilişi} \end{aligned}$$

Bu sayılarda basamakları gösteren herhangi bir işaret olmadığı için sayıların kaç olduğu hakkındaki kararı, yazının genel hükmüne göre vermek gerekmektedir.

Babilliler, "kaç tane?" sorusuna verilecek cevabın, aynı sembolün değişik basamaklarda farklı değeri alarak kullanıldığı zaman ne kadar basit hale geldiğini keşfettiler.

Örnek:

Yukarıda gösterilen sayının değeri, basamakların hafif aralıklarla yazıldığı dikkate alınarak ve sayının tamsayı olduğu varsayılarak, aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$1.60^3 + 57.60^2 + 46.60^1 + 40.60^0 = 424000$$

Bundan sonra bu sayıyı günümüz rakamları ile ifade ederken 1, 57, 46, 40 olarak göstereceğiz.

Basamaklar herhangi bir işaret ile ayrılmadığı için sayının tam olarak kaç olduğunu bilmek için çaba harcamak gerekmektedir. Burada ipucunu, Babillilerin basamakları yazarken aralarında hafif bir boşluk bırakmaları vermektedir. Örneğin aşağıda verilen sayıları;

$$\begin{array}{l} \uparrow \uparrow \\ = 1.60^1 + 1.60^0 = 61 \\ \uparrow \uparrow \\ = 2.60^0 = 2 \end{array}$$

olarak okumak gerekmektedir. İlk sayıda basamaklar arasında bir miktar ara bulunurken, ikinci sayıda ise rakamlar birbirine değecek kadar yakındır.

Kullanılan Kaynaklar:

- 1) Matematik Kısaca Bir Tarihi, Ali Ülger
- 2) Matematik Tarihi, Hüseyin Etikan