**Kesirli Sayıların Gösterilmesi**

Babil sayı sisteminin zayıf yönlerinden bir diğeri ise tam sayı kısmı ile kesir kısmını ayıran herhangi bir sembolün bulunmamasıdır. Örneğin

sayısı aşağıdaki şekillerde okunabilmekteydi:

- $2 \cdot 60^1 + 12 \cdot 60^0 = 120 + 12 = 132$
- $2 \cdot 60^0 + 12 \cdot 60^{-1} = 2 + \dfrac{12}{60} = \dfrac{11}{5}$
- $2 \cdot 60^{-1} + 12 \cdot 60^{-2} = \dfrac{2}{60} + \dfrac{12}{3600} = \dfrac{11}{300}$

Bu belirsizliği, Babil sayılarını günümüz sayıları ile ifade ederken, ortadan kaldırmak için basamak ayıracı olarak virgül " , " ve tamsayı ayıracı olarak ise noktalı virgül " ; " kullanacağız. Örneğin

$$\begin{aligned} 1,30;20,15 &= 1 \cdot 60^1 + 30 \cdot 60^0 + 20 \cdot 60^{-1} + 15 \cdot 60^{-2} \\ &= 60 + 30 + \frac{20}{60} + \frac{15}{3600} \\ &= 90,3375 \end{aligned}$$

**Sıfır Rakamının Yokluğu**

Yukarıdakilerden belki de daha önemli bir eksiklik ise sıfır rakamının bulunmamasıdır. Günümüz notasyonu ile 1 ve 60 sayıları Babil sayı notasyonuna göre aynı şekilde gösterilmekte idi. Paris'te bulunan Louvre kolleksiyonunun bir parçası olan **AO 17624** tableti buna güzel bir örnek oluşturmaktadır. Bu tablette 147 sayısının karesi hesaplanmaktadır. Buna göre 60 tabanlı sistemde $147 = (2,27)_{60}$ sayısının karesi $21609 = (6,0,9)_{60}$ olarak hesaplanmaktadır. Tablette, bu durum aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

Burada, tableti yazan yazıcı $(6,0,9)_{60} = 21609$ sayısını $(6,9)_{60} = 369$ sayısından ayırdetmek için 6 ile 9 arasında bir miktar boşluk bırakmış olması, bu boşluğun "basamağın boş - yani sıfır" olduğunu mu, yoksa iki basamağı ayıran boşluk mu olduğunu kesin olarak belirleyememektedir. Bu problem yaklaşık olarak binyıl sonra Selevkoslar döneminde M.Ö. 300 civarlarında çözüldü ve sıfır rakamının olduğu basamağı doldurmak için  veya  gibi semboller kullanılmaya başlandı.

**Çarpma İşlemi**

Babil döneminde hesaplama işlerinde kullanılmak üzere hazırlanan tablolar, bölge insanının hesaplama yeteneğini gösteren en ilginç aşamayı oluşturur. Fırat nehri üzerindeki Senkerah'ta bulunan iki tablet buna güzel bir örnek oluşturmaktadır. Bu tabletlerde;

- 59'a kadar olan sayıların karesi
- 32'ye kadar olan sayıların küpleri

tablo halinde sıralanmaktadır. Bu tablolarda bulunanlara örnek olarak aşağıdakiler gösterilebilir:

$$8^2 = (1,4)_{60} = 1 \cdot 60^1 + 4 \cdot 60^0 = 64$$

$$59^2 = (58,1)_{60} = 58 \cdot 60^1 + 1 \cdot 60^0 = 3481$$

Babillilerin çarpma işlemi için, yukarıda sözünü ettiğimiz kare tablolarının kullanılmasına olanak tanıyan;

$$a \cdot b = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4}$$

formülünü kullandıkları bilinmektedir. Buna göre, iki sayının çarpımını, bu sayıların toplam ve farklarının karelerini tablodan bulmak sureti ile elde ediyorlardı.

**Örnek:** $8 \cdot 7 = \dfrac{(8+7)^2 - (8-7)^2}{4} = \dfrac{15^2 - 1^2}{4} = \dfrac{224}{4} = 56$

**Bölme İşlemi**

Bölme, Babilliler için zor bir işlem idi. Bölme işlemini gerçekleştirmek için çarpma işlemini kullanıyorlardı. $\frac{a}{b}$ ya da diğer bir yazılışı ile $a \div b$ işlemini $a \cdot \frac{1}{b}$ olarak gerçekleştiriyorlardı. Kil tabletlerde, bu amaçla kullanılan $\frac{1}{n}$ tabloları bulunmuştur;

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | 0;30 | $\frac{1}{6}$ | 0;10 | $\frac{1}{12}$ | 0;5 | $\frac{1}{20}$ | 0;3 |
| $\frac{1}{3}$ | 0;20 | $\frac{1}{8}$ | $0;7,30$ | $\frac{1}{15}$ | 0;4 | $\frac{1}{24}$ | 0;2,30 |
| $\frac{1}{4}$ | 0;15 | $\frac{1}{9}$ | $0;6,40$ | $\frac{1}{16}$ | 0;3,45 | $\frac{1}{25}$ | 0;2,24 |
| $\frac{1}{5}$ | 0;12 | $\frac{1}{10}$ | 0;6 | $\frac{1}{18}$ | 0;3,20 | $\frac{1}{30}$ | 0;2 |

**Örnek:** $7 \div 2 = \frac{7}{2} = 7 \cdot \frac{1}{2} = (7)_{60} \cdot (0;30)_{60} = (0;210)_{60} = (3;30)_{60}$ şeklinde yapabiliyorlardı. Burada $(3;30)_{60} = 3,5$ olduğuna dikkat ediniz. Çarpma işleminin tanıtımında gösterdiğimiz $224 \div 4$ işlemini gerçekleştirmek için ise, $224 \cdot \frac{1}{4}$ işlemini yapıyorlardı;

$$224 \cdot \frac{1}{4} = (3,44)_{60} \cdot (0;15)_{60} = (3 \cdot 60^1 + 44 \cdot 60^0) \cdot \frac{15}{60} = 3 \cdot 60^1 \cdot \frac{15}{60} + 44 \cdot \frac{15}{60} = 45 + \frac{660}{60} = 45 + 11 = 56$$

**Karekök Hesapları**

Aşağıdaki resim bir kareyi göstermektedir. Kenarı 30 olarak belirtilen karenin köşegeninde, 1;25,51,10 ve 42;25,35 olmak üzere iki tane sayı yazılmıştır.

YBC 7289 tableti (Yale Üniversitesi)

1;24,51,10 sayısını onluk sayı sisteminde ifade edersek:

$$1;24,51,10 = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,414213$$

elde edilir. 1,414213 sayısı ise yaklaşık olarak $\sqrt{2}$ sayısını göstermektedir. 30 sayısı kenar uzunluğunu ve 42;25,35 sayısı ise köşegen uzunluğunu gösterirken, 1;24,51,10 sayısı da köşegen uzunluğunun kenar uzunluğuna oranını göstermektedir.

$$42;25,35 = 42 \cdot 60^0 + \frac{25}{60} + \frac{35}{3600} \cong 42 + 0,4167 + 0,0097 = 42,4264$$

$$\sqrt{30^2 + 30^2} = \sqrt{1800} \cong 42,4264$$

$$30 \cdot (1;24,51,10) = 42;25,35$$

olduğu dikkate alındığında, köşegen uzunluğunun kenar uzunluğunu $\sqrt{2}$ ile çarparak elde edildiği anlaşılmaktadır.

1;24,51,10 sayısının ondalık sistemde 1,414213 olduğunu ve bunun $\sqrt{2}$ sayısını ifade ettiğini söylemiştik. Burada ilginç olan Babillilerin karekök iki sayısını ifade ederken gösterdikleri doğruluk miktarıdır. $\sqrt{2} = 1,41421356237309504880168872420 97...$ olduğunu ve Babillilerin $\sqrt{2} = 1,414213$ hesapladığını dikkate alırsak $10^{-6}$ hassasiyet ile doğru hesapladıkları görülür.

Peki $\sqrt{2}$ sayısını bu kadar hassas ve doğru hesaplamayı nasıl başardılar? Bununla ilgili çeşitli tahminler olmasına rağmen, en popüler olan tahmin, Babillilerin algoritma içeren bir metod kullanmak sureti ile bu kadar yüksek doğruluk oranına ulaştıkları şeklindedir. Bu tahmine göre karekök ikiyi hesaplamak için başlangıç olarak biri ikiden küçük $a < 2$ ve diğeri de ikiden büyük veya eşit $b \geq 2$ olmak üzere iki sayı seçtiler. Sonra bu iki sayının aritmetik ortalamasını hesapladılar. Daha sonra buldukları ortalamanın karesini aldılar $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$. Eğer hesapladıkları kare, ikiden küçük ise $a$ sayısını, ikiden büyük ise $b$ sayısını aritmetik ortalama ile değiştirerek hesaplamaya devam ettiler.

Örneğin $a = 1$ ve $b = 2$ ile bu hesaba başlandığı takdirde

| İşlem | Ortalama | 60 Tabanı |
|---|---|---|
| 1 | 1,500000 | 1;29,59,59 |
| 2 | 1,250000 | 1;14,59,59 |
| 3 | 1,375000 | 1;22,29,59 |
| 4 | 1,437500 | 1;26,14,59 |
| 5 | 1,406250 | 1;24,22,29 |
| 6 | 1,421875 | 1;25,18,44 |
| 7 | 1,414062 | 1;24,50,37 |
| 8 | 1,417969 | 1;25,04,41 |
| 9 | 1,416016 | 1;24,57,39 |
| 10 | 1,415039 | 1;24,54,08 |
| 11 | 1,414551 | 1;24,52,22 |
| 12 | 1,414307 | 1;24,51;30 |
| 13 | 1,414184 | 1;24,51;03 |
| 14 | 1,414246 | 1;24,51;17 |
| 15 | 1,414215 | 1;24,51;10 |
| 16 | 1,414120 | 1;24,51;07 |
| 17 | 1,414207 | 1;24,51;08 |
| 18 | 1,414211 | 1;24,51;09 |
| 19 | 1,414213 | 1;24,51;10 |

tablosu elde edilir ve 19 işlem sonra $\sqrt{2} = 1;24,51,10$ sayısına erişilir.

## Dik Üçgen (Pisagor) Üçlüleri

Babilliler, Pisagor bağıntısı hakkında bilgi sahibi idiler. Londra'daki "British Museum" müzesinde muhafaza edilen tabletlerden birinde aşağıdaki ifadeler bulunmaktadır:

- 4 uzunluktur ve 5 ise köşegendir. Genişlik kaçtır?
- Onun miktarı bilinmemektedir.
- 4 çarpı 4, 16 eder.
- 5 çarpı 5, 25 eder.
- 25'ten 16'yı çıkarırsanız 9 eder.
- 9 elde etmek için kaçı, kaç ile çarpmalıyım?
- 3 çarpı 3, 9 eder.
- Genişlik 3'tür

Bu tablette yazılı olanlar, Babillerin kesinlikle dik üçgen üçlüleri (Pisagor bağıntısı) hakkında bilgileri olduğunu göstermektedir.

Babillilerin, Pisagor bağıntısı hakkında bilgi sahibi olduğunu gösteren 4 tane önemli tablet vardır.

- Yale YBC 7289 tableti
- Plimpton 322 tableti
- Susa tableti
- Tel Dibai (Tell Dhibai) tableti

Birinci tablet, karekök iki hesabı anlatılırken bilginize sunulmuştu. Şimdi diğer üç tableti yakından inceleyelim.

**Plimpton 322 Tableti**

Columbia Üniversitesi'nde bulunan kolleksiyonun 322 numaralı tabletidir. Bu tablette 4 sütun ve 15 satırda bulunan sayılar vardır.

Bu tabletten seçilen bazı satırlardaki 60 tabanına göre yazılmış sayılar ve [ köşeli parantez içinde ise bunların 10 tabanına göre eşitleri ] alttaki tabloda gösterilmiştir.

| 1. Sütun | 2. Sütun | 3. Sütun | 4. Sütun |
|---|---|---|---|
| 1,59,0,15 | 1,59 [119] | 2,49 [169] | 1 |
| 1,56,56,58, ... | 56,7 [3367] | 3,12,1 [11521] (4825) | 2 |
| 1,55,7,41, ... | 1,16,41 [4601] | 1,50,49 [6649] | 3 |
| 1,53,10,29, ... | 3,31,49 [12709] | 5,9,1 [18541] | 4 |
| ... | ... | ... | ... |
| 1,38,33,36, ... | 9,1 [541] (481) | 12,49 [769] | 9 |
| ... | ... | ... | ... |
| 1,33,45 | 45 | 1,15 | 11 |
| ... | ... | ... | ... |
| 1,23,13,46,49 | 56 | 53 (106) | 15 |

4. Sütunun satır numarasını gösterdiği hemen anlaşılmaktadır. Neugebauer ve Sachs'ın da ifade ettiği gibi; **Siliptum (köşegeni çözmek) (dik üçgenin hipotenüsünü bulmak diye çeviri yapılabilir)** diye adlandırılan 3. Sütunda ve **Sag (genişliği çözmek) (dik üçgenin kısa kenarını bulmak diye çeviri yapılabilir)** diye adlandırılan 2. Sütunda bulunan sayılar için; 3. Sütundaki sayının karesi eksi 2. sütundaki sayının karesi, (1. satırı dikkate alırsanız $169^2 - 119^2 = 120^2$) her zaman tam kare olarak elde edilmektedir. Bu sayının karekökü, **Us (uzun kenar)** olarak adlandırılmaktadır.

Bu tablette birkaç tane yazıcı hatası dışında **(doğruları kırmızı renkle gösterilmiştir)**, 2. sütun ve 3. sütunda yazılan sayıların Pisagor üçlülerine ait olduğu anlaşılmaktadır. Tabletdeki esas zorluk, 1. sütun'daki sayıları anlamaya çalışırken ortaya çıkmaktadır. Tabloyu, Us, yani uzun kenar değerlerini de koyarak yeniden oluşturursak bunu anlamak kolaylaşmaktadır.

| Yeni Sütun (a) | 1. Sütun $(c/a)^2$ | 2. Sütun (b) | 3. Sütun (c) | 4. Sütun |
|---|---|---|---|---|
| 2,0 [120] | 1,59,0,15 | 1,59 [119] | 2,49 [169] | 1 |
| 57,36 [3456] | 1,56,56,58, ... | 56,7 [3367] | 3,12,1 [11521] (4825) | 2 |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 1,30 [90] | 1,23,13,46,49 | 56 | 53 (106) | 15 |

Böylece, 1. sütundaki sayıların, $\left(\frac{c}{a}\right)^2$ değerlerini ifade ettiği kolayca anlaşılmaktadır.

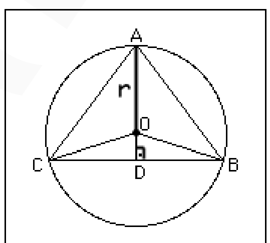
$$1;59,0,15 = 1\cdot 60^0 + \frac{59}{60} + \frac{0}{60^2} + \frac{15}{60^3} = 1,9834027778$$

$$\left(\frac{169}{120}\right)^2 = 1,9834027778$$

Buradan Plimpton 322'nin pisagor üçlülerini sistematik olarak sunan bir tablo olduğu anlaşılmaktadır.

**Susa Tableti**

Bu tablette, 50, 50 ve 60 kenar uzunluklarına sahip bir ikizkenar üçgen ile ilgili problem verilmektedir. Bu problemde, üçgenin üç köşesinden geçen çemberin yarıçapı 31;15 olarak hesaplanmaktadır.



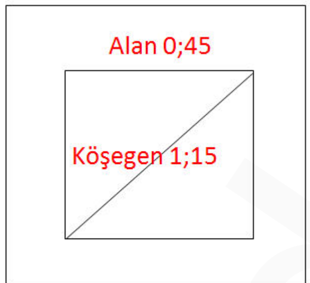
Susa tableti

Babilliler bunu aşağıdaki şekilde hesaplamışlardır: $A, B$ ve $C$ ikizkenar üçgenin köşeleri olsun. $O$, üçgenin üç köşesinden geçen çemberin merkezi olsun. $AD$, $A$ köşesinden $CB$ kenarına çizilen dik olsun. $ADB$ bir dik üçgen olur. Böylece $|AD|^2 + |DB|^2 = |AB|^2$ yani $|AD|^2 = 50^2 - 30^2 = 40^2$ ve $|AD| = 40$ elde edilir.

Çemberin yarıçapı $r$ ise, $|OA| = |OB| = r$ ve $|OD| = 40 - r$ olur. $ODB$ dik üçgeninde; $r^2 = |OD|^2 + |DB|^2$ ve $r^2 = (40 - r)^2 + 30^2$ buradan $r^2 = 40^2 - 80r + r^2 + 30^2,\ 80r = 2500$ ve $r = 31,25$ olduğundan $r = (31;15)_{60}$ bulunur.

**Tel Dibai (Tell Dhibayi) Tableti**

Bu tablette, alanı 0;45 ve köşegeni 1;15 olan dörtgenin kenar uzunlukları sorulmaktadır.




Tell Dhibayi tableti

Bu sorunun çözümünü, günümüz notasyonları $x$ ve $y$ kullanarak, fakat aynen tablette gösterildiği gibi ve 60 tabanına göre elde edelim:

$2xy = 1;30$ eder, bunu

$x^2 + y^2 = 1;33,45$ ten çıkar

$x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$ elde et

Karekök al ve $x - y = 0;15$ bul

İkiye böl $(x - y)/2 = 0;7,30$ olur

$x^2 + y^2 - 2xy = 0;3,45$'i, 4'e böl

Böylece $x^2/4 + y^2/4 - xy/2 = 0;0,56,15$ olur

$xy = 0;45$ ekle

$x^2/4 + y^2/4 + xy/2 = 0;45,56,15$ bul

Karekök alarak $(x + y)/2 = 0;52,30$ bul

$(x - y)/2 = 0;7,30$ ile $(x + y)/2 = 0;52,30$'u topla ve $x = 1$ bul

$(x - y)/2 = 0;7,30$'u $(x + y)/2 = 0;52,30$'dan çıkar

$y = 0;45$ olur. Dörtgenin kenarları $x = 1$ ve $y = 0;45$ dir.

**Metin İfadelerine Bağlı Cebir**

Mezopotamya'da aritmetikteki gelişmeler, daha sonra, söze ve metne dayalı cebir problemlerinin çözümüne imkan tanıyan gelişmelere neden oldu. Akad ve ilk Babil dönemlerinde, yazıcılar günümüz cebir problemlerini, metne bağlı olarak oluşturup, çözümlerini elde ettiler. Fakat bu soruların çözümleri genel kurallar içermiyor, sadece ele alınan problemin çözümüne yönelik oluyordu. Yazıcılar, bilinmeyenleri kısa kelimeler ile ifade ediyorlardı. Alan için **asa**, uzunluk için **sag** gibi ifadeler kullanılıyordu. Sadece doğrusal denklemleri değil, ikinci ve üçüncü derece denklemlerin de çözümlerini elde edebiliyorlardı.

**Doğrusal (Lineer) Denklemler**

Doğrusal denklem çözümlerini nasıl gerçekleştirdiklerini görmek için, yazıcının yazdığı şekli hiç değiştirmeden, bir örnek inceleyelim:

Yazıcı soruyu şöyle ifade ediyor:

Bir torbadaki arpanın $\frac{2}{3}$'ünün $\frac{2}{3}$'ü alınıyor.
Buna 100 birim arpa ekleniyor ve torbadaki kadar arpa elde ediliyor.
Torbadaki arpanın miktarı ne kadardır?

Yazıcının çözümü aynen aşağıda gösterildiği gibidir.

0;40 ile 0;40'ı çarp ve 0;26,40'ı elde et
Bunu 1;00'dan çıkar ve 0;33,20'yi bul
Kesirler tablosuna bak ve $\frac{1}{0;33,20}$'nin değerini 1;48 olarak bul
1;48'i 1,40 ile çarp ve cevabı 3,0 olarak bul.

Şimdi, aynı soruyu günümüzün modern cebir yöntemlerini kullanarak çözelim:

Verilen soruda aşağıdaki denklemin çözümü soruluyor

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot x\right) + 100 = x$$

Bu denklem, yeniden düzenlenirse;

$$\left(1 - \frac{4}{9}\right) x = 100$$

olur ve Mezopotamyalı yazıcının da bunun farkında olduğu anlaşılıyor. Sorunun cevabı

$$x = \frac{1}{1 - \frac{4}{9}} \cdot 100 = 180$$

olarak elde edilir. Yazıcının çözümü de $3, 0 = 3 \cdot 60 + 0 = 180$ idi.

**İkinci Derece Denklemler**

Babilliler, $x^2 + bx = c$ ve $x^2 - bx = c$ olmak üzere iki çeşit ikinci derece denklemlerini çözmeyi biliyorlardı. Bu denklemlerde $b$ ve $c$ tam sayı olmak zorunda olmayan pozitif iki sayı idi. Bu denklemlerin çözümü için standart bir formül uygulanıyordu. Buna göre;

1) Önce, $x^2 + bx = c$ denklemi $x(x + b) = c$ şeklinde yazılıyordu,

2) Sonra, $y = x + b$ yazılarak aşağıdaki denklem sistemi elde ediliyordu

$$xy = c$$
$$y - x = b$$

3) Daha sonra bu sistemi çözmek için şöyle bir yöntem uygulanıyordu:

$$4xy + (y - x)^2 = b^2 + 4c$$
$$(y + x)^2 = b^2 + 4c$$
$$x + y = \sqrt{b^2 + 4c}$$
$$2x + b = \sqrt{b^2 + 4c}$$
$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4c}}{2}$$

**Üçüncü Derece Denklemler**

Sayıların kareleri ve küplerini gösteren tablolar yapmakla ün kazanmış olan Babilliler, ikinci dereceden denklemleri bu tabloları kullanmak suretiyle çözdükleri gibi bazı üçüncü derece denklemlerini de $n^3 + n^2$ tablolarını kullanmak sureti ile çözmeyi başarmışlardı. Üçüncü derece denklemlerini çözerken kullandıkları metod şöyle idi:
Örneğin $ax^3 + bx^2 = c$ denklemini ele alalım, bu denklemi çözmek için önce her iki tarafını $a^2$ ile çarpmak ve $b^3$ ile bölerek;

$$\left(\frac{ax}{b}\right)^3 + \left(\frac{ax}{b}\right)^2 = \frac{ca^2}{b^3}$$

elde edilir. Daha sonra, $y = \frac{ax}{b}$ yazılarak $y^3 + y^2 = \frac{ca^2}{b^3}$ bulunur. En sonunda ise $n^3 + n^2$ tablolarını kullanarak $y^3 + y^2 = \frac{ca^2}{b^3}$ denklemini sağlayan $y$ değeri bulunur. Buradan da $x = \frac{by}{a}$ elde edilir.

| $n$ | $n^3 + n^2$ |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 12 |
| 3 | 36 |
| 4 | 80 |
| 5 | 150 |
| 6 | 252 |
| 7 | 392 |

**Örnek:** Babillilerin kullandığı yöntemi kullanarak $5x^3 + 3x^2 = 162$ denklemini çözünüz.

$5x^3 + 3x^2 = 162$ denkleminde her tarafı $5^2$ ile çarpıp $3^3$'e bölelim

$$\left(\frac{5x}{3}\right)^3 + \left(\frac{5x}{3}\right)^2 = \frac{162 \cdot 5^2}{3^3} = 150$$

$y = \frac{5x}{3} \Longrightarrow y^3 + y^2 = 150$ olur. $n^3 + n^2$ tablosu yardımıyla $y = 5$ bulunur.

Dolayısıyla $y = \frac{5x}{3}$ eşitliğinden $x = \frac{3y}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5} = 3$ elde edilir.

**Birinci Derece (Lineer) Denklem Sistemleri**

Babilliler birinci dereceden iki denklemden oluşan denklem sistemlerini, algoritma kullanan bir yöntem ile çözmeyi başarıyorlardı.

**Örnek:** Aşağıdaki denklem sistemini ele alalım:

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 500$$
$$x + y = 1800$$

Bu denklemi çözmek için $x^* = y^*$ olsun, böylece $x^* + y^* = 2x^* = 1800$ olacağından $x^* = 900$ bulunur. Daha sonra $x = x^* + d$ ve $y = y^* - d$ kullanılarak

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}(900+d) - \frac{1}{2}(900-d) &= 500\\ \left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)d + \frac{1800}{3} - \frac{900}{2} &= 500\\ \frac{7}{6}d &= 500 - 150\\ d &= 300\end{aligned}$$

sonuçta da $x = 1200$ ve $y = 600$ bulunur.

**Kullanılan Kaynaklar:**

1) Matematik Tarihi, Hüseyin Etikan