Attik Yunan Sayı Sistemi

M.Ö. 450 ile M.Ö. 85 yılları arasında Yunanlıların kullandığı sayı sembolleri sistemi "Attik" veya "Herodianik" olarak isimlendirilen bir sistem idi. Bu sistemde, 1, 5 ve 10 sayıları ile 10'un üstlü hallerini temsil eden harfler kullanılılarak, sayılar yazılıyordu. 5 sayısını temsil eden sembol, diğer semboller ile birleştirilerek 50, 500, 5000 ve 50000 için yeni semboller kullanılıyordu.

Sembol	Değeri
I	1
Γ	5
Δ	10
𐅄	50
H	100
𐅅	500
X	1000
𐅆	5000
M	10000
𐅇	50000

Büyük sayıları sola yazmak suretiyle, sayılar gösteriliyordu. Bu sayılarda basamak değeri değil **sembol değerlerinin toplamı**, yazılan sayının değerini belirliyordu. Her sembol en çok dört kez tekrar yazılabiliyordu ve dört defadan fazla tekrar edilmiyordu.

Örnek:

𐅄ΔΔΔIIII $= 50 + 30 + 4 = 84$

MMMM𐅆𐅅HH𐅄ΔΔΔΓIIII $= 40000 + 5000 + 500 + 200 + 50 + 30 + 5 + 4 = 45789$

İyonya Yunan Sayı Sistemi

Belli bir süre sonra attik semboller yerine alfabetik rakamlar kullanılmaya başlandı.

Birler			Onlar			Yüzler		
Α	α	alpha, 1	Ι	ι	iota, 10	Ρ	ρ	rho, 100
Β	β	beta, 2	Κ	ϰ	kappa, 20	Σ	ς/σ	sigma, 200
Γ	γ	gamma, 3	Λ	λ	lambda, 30	Τ	τ	tau, 300
Δ	δ	delta, 4	Μ	μ	mu, 40	Υ	υ	upsilon, 400
Ε	ε	epsilon, 5	Ν	ν	nu, 50	Φ	φ	phi, 500
Ϝ	ϝ	digamma, 6	Ξ	ξ	xi, 60	Χ	χ	chi, 600
Ζ	ζ	zeta, 7	Ο	ο	omicron, 70	Ψ	ψ	psi, 700
Η	η	eta, 8	Π	π	pi, 80	Ω	ω	omega, 800
Θ	θ	theta, 9	Ϙ	ϙ	koppa, 90	Ϡ	ϡ	sampi, 900

Sayıları yazarken en solda en büyük rakamı ve en sağda ise en küçük rakamı kullanıyorlardı. Örneğin $\psi\pi\delta = 700 + 80 + 4 \quad , \phi\kappa\beta = 522$. Birim sayının soluna yerleştirilen virgül işareti , verilen sayının bin ile çarpılmış halini gösteriyordu. Örneğin $\boxed{,\beta}$ yazılışı 2000 sayısını gösteriyordu.

1-9999'a kadar olan sayıların sağına yerleştirilen M harfi, sayının 10000 ile çarpılmış halini gösteriyordu. Örneğin δM yazılışı 40000 sayısını, $\rho\nu M$ sayısı 1500000 sayısını gösteriyordu.

Örnek: $\tau\mu\varepsilon M, \beta\rho\mu\delta = (300 + 40 + 5) \cdot 10000 + 2 \cdot 1000 + 100 + 40 + 4 = 3452144$

Daha büyük sayılar için 10000 sayısının üstleri kullanıldı. Örnek olarak εMM yazılışı $5 \cdot (10000)^2$ sayısını gösteriyordu.

Sayının alfabeden ayırdedilebilmesi için sayının sonunda bir tırnak işareti veya rakam gösteren harflerin üstüne çizgi konuyordu. Örnek olarak 1085 sayısı aşağıdaki gibi yazılıyordu:

$$,\alpha\pi\varepsilon' \qquad \text{veya} \qquad ,\overline{\alpha\pi\varepsilon}$$

Sayı yeteri kadar açık olduğu zaman, sayının bin ile çarpılmış halini gösteren virgül işaretini kullanma ihtiyacı duymuyorlardı. Örneğin $\delta\sigma\lambda\delta = 4234$ yazılışında olduğu gibi.

Çarpma işlemini, önce büyük sayıların çarpımı ile başlayarak küçüklerin çarpımı ile işlemi bitiriyor ve daha sonra bunların tümünü toplayarak çarpımı elde ediyorlardı.

$$\begin{aligned} 24 \cdot 53 &= (20+4) \cdot (50+3) \\ &= 20 \cdot 50 + 20 \cdot 3 + 4 \cdot 50 + 4 \cdot 3 \\ &= 1272 \end{aligned}$$

En Büyük Ortak Bölen (EBOB) için Öklid Algoritması

Bölme Teoremi: $b > 0$ olmak üzere a ve b tamsayıları için $a = qb + r,\ 0 \leq r < b$ olacak şekilde q ve r tamsayıları vardır. Bu teoremin sonucu olarak

$$\begin{aligned} a &= q_1 b + r_1, & 0 &< r_1 < b, \\ b &= q_2 r_1 + r_2, & 0 &< r_2 < r_1, \\ r_1 &= q_3 r_2 + r_3, & 0 &< r_3 < r_2, \\ &\vdots \\ r_{n-3} &= q_{n-1} r_{n-2} + r_{n-1}, & 0 &< r_{n-1} < r_{n-2}, \\ r_{n-2} &= q_n r_{n-1} + r_n, & 0 &< r_n < r_{n-1}, \\ r_{n-1} &= q_{n+1} r_n + 0. \end{aligned}$$

bağıntıları geçerlidir ve burada elde edilen $r_n = \text{EBOB}(a, b)$ dir.

Örnek: Öklid algoritmasını kullanarak EBOB(12378,3054) sayısını bulunuz.

$$\begin{aligned} 12378 &= 4 \cdot 3054 + 162 \\ 3054 &= 18 \cdot 162 + 138 \\ 162 &= 1 \cdot 138 + 24 \\ 138 &= 5 \cdot 24 + 18 \\ 24 &= 1 \cdot 18 + 6 \\ 18 &= 3 \cdot 6 + 0 \end{aligned}$$

böylece EBOB(12378,3054)=6 bulunur.

Teorem: Her ikisi de sıfır olmayan a ve b tamsayıları için EBOB$(a, b) = ax + by$ olacak şekilde x ve y tamsayıları vardır.

Örnek: EBOB$(12378, 3054) = 6$ olduğuna göre, $6 = 12378x + 3054y$ olacak şekilde x ve y tamsayılarını bulunuz.

EBOB$(12378, 3054) = 6$ olduğu elde edilirken sondan bir öncekinden başlayarak "bölen" ve "kalan" değerleri kullanılarak aşağıdaki biçimde bulunur;

$$\begin{aligned}
6 &= 24 - 18 \\
&= 24 - (138 - 5 \cdot 24) \\
&= 6 \cdot 24 - 138 \\
&= 6(162 - 138) - 138 \\
&= 6 \cdot 162 - 7 \cdot 138 \\
&= 6 \cdot 162 - 7(3054 - 18 \cdot 162) \\
&= 132 \cdot 162 - 7 \cdot 3054 \\
&= 132(12\,378 - 4 \cdot 3054) - 7 \cdot 3054 \\
&= 132 \cdot 12\,378 + (-535)3054.
\end{aligned}$$

Alıştırmalar

1. 386, 1492, 24789, 123456 sayılarını Attik ve İyonya sistemini kullanarak yazınız.
2. Öklid algoritması kullanarak EBOB(143, 277), EBOB(136, 232)'yi bulunuz.
3. Öklid algoritması kullanarak, aşağıda verilenleri sağlayan x ve y tamsayılarını bulunuz;

   EBOB(56, 72)= 56x + 72y ve EBOB(24, 138)= 24x + 138y .

Kullanılan Kaynaklar:

1) Matematiğin Kısa Bir Tarihi, Ali Ülger

2) Matematik Tarihi, Hüseyin Etikan