

4.2. Hint Matematiği

Eski Yunanlılardan sonra, matematiğin dünya çapında ilerleme kaydetmesine katkıda bulunan ilk millet Hintliler olmuştur. Yunanlılardan farklı olarak, Hint toplumu kast sistemine göre sınıflara ayrılmıştı. İleri düzey bilimsel çalışmalardan faydalanabilecek olan sınıflar Brahmanlar ve Kshatriyalar idi. Brahmanlar esas olarak din ve felsefe ile ilgilenirken, kast sisteminin en yüksek ikinci sınıfı olan Kshatriyalar ise savaşlar ve devlet meselelerinden sorumluydular.

Hint matematiğinin gelişimi hakkında az şey bilinmektedir. Birkaç el yazmasından, Hintlilerin matematikte yüksek düzeylere geldikleri anlaşılacakla beraber bunun hangi evrelerden geçerek gerçekleştiği hakkında fikrimiz yoktur. Yunanistan'da matematik bağımsız bir şekilde çalışılmaktayken Hindistan'da ise matematik her zaman astronomiye yardımcı olması için yararlanılan bir bilim olmaktan öteye geçememiştir. Bu da Yunanistan'da matematiğin daha elverişli koşullarda gelişmesini mümkün kılmıştır. Ayrıca Yunanistan'da isteyen herkes matematik biliminin ilerlemesine katkıda bulunabilirken, Hindistan'da, aynen Mısır'da olduğu gibi, bu bilim dalı çoğunlukta rahiplerin ellerindeydi.

Hintliler buldukları matematiksel sonuçları, şiir gibi dizeler şeklinde ve anlaşılması güç, esrarengiz bir dil ile yazmaktaydılar. Örneğin Aryabhata tersine çevirme metodunu kısaca şöyle açıklamaktadır: "Çarpma işlemi bölme olur, bölme işlemi de çarpma; kazandığını kaybedersin, kaybettiğini de kazanırsın, işte sana tersine çevirme." Tabii bu da sadece o dili bilen kişilere hitap etmekte olup bilmeyenler için hiçbir şey ifade etmemekteydi.

Diğer yandan, Hintli matematikçilerin o kadar çok kafa yorup çözümledikleri problemlerin ispatlarını saklamak gibi bir alışkanlığı olmadığından, bugün o zamanki Hintli matematikçilerden elimize kalan tek şey, ispatlarının nasıl yapıldığını bilmediğimiz te-

orem ve işlemlerdir. Yunanlılar yine bu noktada Hintlilerden farklılaşmaktadır. Çünkü onlar Hintlilerin aksine ispatları muhafaza etmiş ve mümkün olduğunca net bir dil kullanmaya özen göstermişlerdir.

Hint ve Yunan düşünce tarzı arasındaki farklar da oldukça dikkat çekicidir. **Yunanlılar her şeyi geometrik, Hintliler ise daima aritmetik açıdan düşünmüşlerdir. Hintliler sayılar, Yunanlılar ise şekillerle ilgilenmişlerdir.** Hindistan'da sayısal gösterim, sayı bilimi ve cebir, Yunanistan'da ulaşılan noktadan çok daha ilerilere gitmiştir. Diğer taraftan Hintliler geometri adına ancak, ispatları verilmemiş ölçüm işlemleri ile uğraşmaktaydılar. Hint trigonometrisi ise övgüye değer olmakla beraber geometriden çok aritmetiğe dayalıdır.

Hint ve Yunan matematiği arasındaki ilişkinin takibi ilginç ve bir o kadar da zordur. Eski zamanlardan beri, iki ülke arasında az çok ticaret ilişkisi olduğu bilinmektedir. Mısır bir Roma eyaleti olduktan sonra, İskenderiye üzerinden, Roma ve Hindistan arasındaki ticari ilişkiler daha da canlanmıştır. Ticaretin yoğunlaşması ile karşılıklı fikir alışverişi de başlamıştır. **İskenderiye'den Hindistan'a bilim akışı yaşanmıştır.** Hintlilerin kullandığı bazı teknik terimler incelendiğinde, bunların Yunan kökenli olduğu görülmektedir. Hint gök bilimi de Yunan astronomisinden oldukça etkilenmiştir.

Ayrıca Hintli ve Çinli matematikçiler arasında yakın ilişkiler yaşandığına dair de kanıtlar bulunmaktadır. Bugün elimizde 4. yüzyıl ve daha sonraki yüzyıllarda Hintli elçilerin Çin'e ve Çinlilerin de Hindistan'a gidip geldiğine dair Çinli yetkililer tarafından tutulmuş kayıtlar bulunmaktadır.

Hint matematiğini iki döneme ayrılabilir: M.S. 200'lerde sona eren **Sulbasutra dönemi** ve M.S. 400'lerden M.S. 1200'lere kadar süren **Astronomi ve Matematik dönemi**.

M.Ö. 1500 - M.Ö. 400'lere ait ilgili bilgiyi sadece arkeolojik buluntulardan değil, **Veda** olarak bilinen yazılı eserlerden elde etmekteyiz. Veda, bilgi demek olup, bu eserler dini bilgileri ve kahinlerin gelecekle ilgili tahminlerini anlatmakta idi. Bu dönemlerde matematik ile ilgili bilgiler ise vedaların ekleri olan **Vedanga**'lar ve **Kalpasutra**'lardan elde edilmektedir. Bu eserlerin **Sulbasutra** (kelime anlamı "bağlama kuralları") ismi verilen alt bölümleri, kurbanlar için sunak yapımı ile ilgilidir. Alan ve hacim hesapları, karekök ikinin hesabı, pisagor üçlüleri ile ilgili veriler, bu eserlerde ifade edilmektedir. Sulbasutraların yazarları genellikle bilinmemekle birlikte, bunların din adamı yazıcılar olduğu bilinmektedir.

M.Ö. 400 - M.S. 200'lere ait ilgili döneminin matematik ile ilgili en önemli kaynağı **Bakshali Yazmaları**'dır. Bu eserde, o dönemdeki aritmetik ile ilgili birçok bilgi verilmektedir. Üç kuralı (daha sonra Avrupa'da altın kural olarak ünlenecektir), karekök hesapları, basamak değeri olan ondalık sayı sistemi, ikinci derece denklemlerin çözümü bunlardan bazılarını oluşturur.

M.S. 400 - 1200'ler Hint matematiğinin altın dönemi olarak anılır. Bu dönemde **Aryabhata, Varaha Mihira, Brahmagupta, Bhaskara ve Mahavira** gibi matematikçiler birçok dalda eserler bıraktılar. Matematiğe yaptıkları katkılar Asya'ya, Orta Doğu'ya ve sonunda da Avrupa'ya kadar yayıldı. Veda dönemi matematiğinden farklı olarak, bu dönemde astronomi önem kazanmıştı ve bunun altında üç alt dal oluşmuştu: Matematik, Astroloji ve Kehanet. Bu dönemde 18 tane **siddhanta**, (tartışma ürünü=teori), adı verilen eser yazıldığı bilinmektedir. Bunlardan sadece 5 tanesi günümüze ulaşabilmiştir.

Sulbasutralar M.Ö. 800 ile M.S. 200 yılları arasında yapılmıştır. Günümüz bilim adamları bu konudaki bilgileri üç el yazmasından edinmişlerdir. El yazmalarının matematik ile ilgili bölümlerinde kare ve dikdörtgenlerin çizimleri mevcuttur. İlginç olan Hintlilerin sonraki yıllarda yazdıkları hiçbir eserde bu çizimlerden bahsetmemeleri ve Hint

matematiğinin sulbasutraları tamamen yok saymasıdır.

Hint matematiğinin ikinci dönemi, muhtemelen Batı'daki astronominin İskenderiye'den gelmesi ile başlamıştır. Beşinci yüzyıla kadar **Surya Siddhanta**, ("Güneşten Gelen Bilgi") denilen yazarı belli olmayan bir kitap temel kitap olarak kabul edilmiştir.

Altıncı yüzyılda **Varaha Mihira** adlı matematikçi, **Pancha Siddhantika**'yı yazmıştır. Bu kitap, Surya Siddhanta ve gök bilimi hakkında o zamanlar popüler olan dört eserin, yani toplamda beş eserin özetini verir nitelikte olup matematik ile ilgili konuları da içermektedir.

1881'de kuzeybatı Hindistan'da **Bakshali**'de yerin altında, üçüncü veya dördüncü yüzyıldan kalma, yazarı belli olmayan bir matematik kitabı bulunmuştur. Bu kitap, muhtemelen sekizinci yüzyılda derlenmiş olan, huş ağacının kabuğundan yapılmış ve aritmetiksel hesaplar içeren, eski bir elyazmasının eksik bir kopyasıdır.

Meşhur Hint astronom **Aryabhata**, M.S. 476'da, yukarı Ganj Nehri bölgesindeki Pataliputra'da, doğmuştur. Aryabhata'nın ünü, üçüncü bölümü matematiğe ayrılmış olan **Aryabhatiya** adlı çalışmasından gelmektedir. Yaklaşık yüz yıl sonra Hindistan'da matematik en parlak dönemini yaşamıştır. Bu dönemde **Brahmagupta** ortaya çıkmıştır (doğumu 598). 628'de, on ikinci ve on sekizinci kısımları matematikle alakalı olan **Brahma-sphuta-siddhanta**'yı (**Brahman Sisteminin Düzeltilmiş Hali**) yazmıştır.

Dokuzuncu yüzyıla asıl damgayı, temel matematik üzerine olan çalışmaları tarihçiler tarafından henüz ortaya çıkarılmış olan **Mahavira** vurmuştur. Mahavira, Hint geometrisi ve aritmetiğine ışık tutan **Ganita-Sara-Sangraha**'nın (Hesaplamanın Özü Koleksiyonu) yazarıdır. Takip eden yüzyıllarda iki önemli isim daha yetişmiştir; **Ganita-Sara**'yı (Hesaplamanın Özü) yazan **Sridhara**, ve cebirle ilgili bir eseri olan **Padmanabha**.

Sulbasutralar, Hintlilerin M.Ö. 800'lerde sunakların çizimini yaparken geometriyi kullandıklarını göstermektedir. Sulbasutradaki matematik kuralları

- (1) kare ve dikdörtgenlerin çizimi,
 - (2) köşegenin kenarlar ile ilişkisi,
 - (3) benzer dikdörtgen ve kareler,
 - (4) benzer çember ve kareler
- ile ilgili olduklarını söylemektedir.

Pythagoras teoreminin bilindiği $3^2 + 4^2 = 5^2$, $12^2 + 16^2 = 20^2$, $15^2 + 36^2 = 39^2$ gibi bağıntılardan anlaşılmaktadır. Bu ifadelerin herhangi bir genel kuraldan elde edildiklerine dair herhangi bir kanıt bulunmamaktadır.

Hintlilerin bilim dünyasına yaptıkları önemli katkılardan biri Arapların işaret sistemini geliştirerek, kusursuz hale getirmeleridir. Günümüzde bu işaret sistemini bulanların aslında Araplar olmadığı görüşünde herkes hemfikirdir. Bu zamana dek bilirkişiler arasında, "basamak değeri" kavramı, "sıfır" işareti ve bugün matematikte kullandığımız işaret sistemini Hintlilerin bulduğu görüşü ağır basmaktaydı. Ancak artık, Babillilere ait, M.Ö. 1600 ile 2300 arası yazılmış tabletlerden, altmışlık sayı sisteminde zaten "basamak değeri prensibi" kullanıldığı bilinmektedir.

Ayrıca Hıristiyan çağının başlangıcından birkaç yüzyıl öncesine ait tabletlerden, Babillilerin hesaplama yaparken kullanmadıkları fakat "sıfır" rakamı yerine geçen bir işaretin var olduğu anlaşılmaktadır. M.S. 130'da, Batlamyus **Almagest** adlı kitabında altmışlık sisteme göre yazılan sayılardaki boşlukları belirtmek için Yunan alfabesinin 15. harfi olan "omicron"u, "o", kullanıyordu, ancak bu bilinen anlamda bir "sıfır" değildi.

Sıfır sembolünün en eski kullanımını Hindistan'da olup, M.S. 878 tarihli bir kitabede sıfır sembolüne rastlanmıştır. Hintlilerin "sıfır" rakamı için kullandıkları ilk işaret bir

nokta idi. Bu nokta işareti, genellikle o döneme ait metinlerde boşluğu göstermek için kullanılmıştır. Hintliler de tıpkı Babilliler ve Batlamyus gibi "sıfır" işaretini kısıtlı bir biçimde kullanmışlardır. Bu yüzden, büyük ihtimalle Hintliler, basamak sistemi ve "sıfır"ın hatalı kullanıldığı bir sayı sistemini edinip, altmışlık sayma sistemini zamanla onlu sayma sistemine çevirdikten sonra yüzyıllar içinde en mükemmel hale getirmişlerdir.

Hintliler faiz, iskonto, ortaklık, ortalama hesapları, aritmetik ve geometrik dizilerin toplamı ile ilgili problemler çözmüş, permütasyon ve kombinasyon hesapları yapabilmek için kurallar bulmuşlardır. Hatta bu noktada oyunların kralı satrancın da Hindistan kökenli olduğunu belirtmemiz gerekir. Bazen, sihirli kareleri bulanların da Hintliler olduğu söylenmekte olsa da bu yanlıştır, zira bunlar önceden Çinliler ve Araplar tarafından bilinmekteydiler.

Tamsayı sembollerinin sistemleştirilmesi Hintlilerin matematik tarihine yaptıkları en önemli iki katkıdan biridir. Diğeri de bugünkü sinüs fonksiyonunun özdeşi olan bir ilişki biçimi ortaya koymuş olmalarıdır. **Sinüs ilişkisini içeren eldeki en eski cetveller Siddhantalar ve Aryabhatiya'dır.** Burada herbiri $3,75^\circ$ olan 24 eşit aralıklarla 90° ye kadar olan açılarının sinüs değerleri verilmektedir.

Gelosia yöntemi ile çarpma

Gelosia yöntemiyle, ızgara ya da kafes biçiminde, dört kenarlı bir tablo üstünde çarpım işlemi kolayca yapılıyordu. Bu yöntemde çarpılan sayı ızgaranın üstüne, çarpan ise yukarıdan aşağıya doğru ızgaranın sağına, kısmi çarpımlar da kutuların içine yukarıdan aşağıya doğru yazılıyordu, eğik sıralardaki sayılar toplanarak çarpım sonucu soldan başlanıp aşağıya doğru ilerlenerek okunuyordu.

Örneğin, 349 ile 63'ün çarpımı bu yöntem ile aşağıdaki biçimde hesaplanıyordu:

3	4	9	
			6
			3

3	4	9	
/	/	/	6
/	/	/	3

3	4	9	
/	/	5	6
/	/	4	3

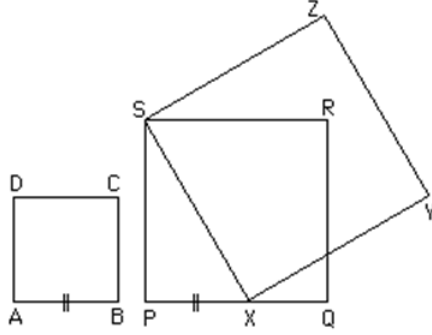
3	4	9	
1	2	5	6
8	4	4	
0	1	2	3
9	2	7	

	3	4	9	
2	1	2	5	6
8	8	4	4	
0	9	1	2	3
1	9	8	7	

sonuçta $349 \cdot 63 = 21987$ bulunur. Diğer bir örnek olarak 6292 ile 435'in çarpımını Gelosia yöntemiyle hesaplayalım.

	6	2	9	2	
2	2	0	3	0	4
7	4	8	6	8	
1	8	0	2	0	3
7	6	6	7	6	
3	3	1	4	1	5
0	0	0	5	0	
	7	0	2	0	

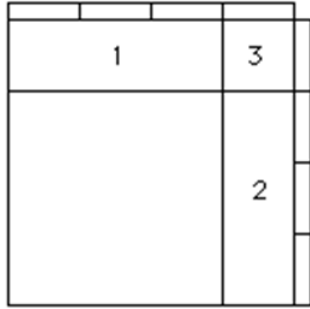
Hint Matematiğine Ait İki Problem



Problem:

Hemen tüm sulbasutralarda yer alan farklı iki karenin alanına eşit alanı bulunan karenin elde edilmesi.

- $ABCD$ ve $PQRS$ herhangi iki kare olsun.
- PQ üzerinde X noktası, $AB = PX$ olacak şekilde seçilir.
- Böylece, kenarı SX olan karenin alanı, $ABCD$ ve $PQRS$ karelerinin alanlarının toplamına eşit olur.
- Pisagor bağıntısına göre $SX^2 = PX^2 + PS^2$ olduğu, ve böylece istenen karenin elde edildiği açıktır.



Problem:

$\sqrt{2}$ değerinin hesaplanması ...

Birim kenarı üçte biri kadar artırın, artırılan bu miktarı da dörtte biri kadar artırın, sonra miktarı bu dörtte birin otuzdörtte biri kadar azaltın.

Buna göre;

$$\begin{aligned} \sqrt{2} &= 1 + 1/3 + 1/(3 \times 4) - 1/(3 \times 4 \times 34) \\ &= 577/408 \\ &= 1.414215686 \end{aligned}$$

Elde edilmiş olur.

Gerçek değer $\sqrt{2} = 1.414213562$ dikkate alındığında, beş ondalık basamağa kadar doğru hesap yapıldığı ortaya çıkar.

Kullanılan Kaynaklar:

- 1) Matematik Tarihi, Florian Cajori,
- 2) Matematiğin Tarihi, Carl B. Boyer,
- 3) Matematik Tarihi, Hüseyin Etikan.