



MATEMATİKSEL
MODELLEMEDE
TEKNOLOJİ KULLANIMI

Eğitimde teknoloji entegrasyonu, öğrenme hedeflerine ulaşabilmek ve öğrencilerin öğrenmelerini güçlendirmek için teknolojinin öğrenme sürecine dahil edilmesidir.

Teknolojinin eğitimdeki ilk uygulamaları davranışçı anlayışın etkisi ile bilginin sunumu ve öğrencilere basit dönütlerin verilmesi gibi kullanımlarla sınırlı kalsa da teknolojinin eğitime entegrasyonuna ilişkin iyi örneklerin gün geçtikçe arttığı ve teknolojinin eğitimin önemli bir bileşeni olduğu kabul edilmektedir.

- Matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin düşüncelerini eleştirel bir bakış açısıyla ele almaları ve farklı yollarla düşüncelerini sürekli geliştirmeleri sağlanmalıdır. Bu amacı gerçekleştirmede teknoloji, öğretmeni ve matematiksel öğrenmeyi güçlendirici bir bileşen olarak görülmelidir. Öğretmenlerin teknolojiyi öğrenme sürecine entegre ederken öncelikle özyeterliliklerinin yüksek düzeyde olması teknoloji ile daha iyi matematik öğrenme ortamı yaratabilmelerinde önemlidir.

MATEMATİK EĞİTİMİNDE TEKNOLOJİ KULLANIMI

Matematik öğretmenlerinin teknolojinin matematiksel öğrenme sürecine entegrasyonunda kendilerine sormaları gereken bazı önemli sorular vardır. Bunlar;

- 1) Anlatacağım konu/kazanımlara göre kullanabileceğim teknolojiler nelerdir?
 - 2) Öğrenmede en uygun teknolojiler hangileridir?
 - 3) Bu teknolojiyi kullanabilecek yeterli bilgi ve beceriye hangi düzeyde sahibim?
 - 4) Var olan ile üstesinden gelebileceğim teknoloji arasındaki uyumu nasıl sağlayabilirim?
 - 5) Teknolojiyi kullanarak öğrenme sürecinde neleri fazladan yapabilirim?
 - 6) Kullanacağım teknolojinin sınırlılıkları nelerdir?
 - 7) Bu sınırlılıkları öğrenme sürecinde nasıl ortadan kaldırabilirim?
- şeklindeki sorulardır.

- Taylor (1980) matematik öğretiminde öğretene, araç ve öğrenene olarak bilgisayarların üç temel rolünden bahsetmektedir.
- Bilgisayarın öğretene rolü için öncesinde o konuda uzman kişi tarafından bir program tasarımı gerekmektedir. Daha sonra öğrenci bilgisayar ortamında programlanan tasarım ile matematiği öğrenmektedir.
- Bilgisayarın bir araç olarak rolü, bilgisayarın üst düzey ve karmaşık hesaplamalar için kullanılmasıdır. Öğrencinin matematiksel problemlerin çözümlerinde hesap makinesini kullanması buna örnektir.
- Bilgisayarın öğrenene olarak rolü, öğrencinin bilgisayarı matematik yapmak için aktif olarak düzenlemesini, değiştirmesini ve basit düzeyde programlamasını gerektirmektedir. Burada öğrencinin matematiksel anlayışı ile bilgisayar dilini ilişkilendirebilmesi önemlidir.

- Papert'a (1972) göre matematik yapmak ve keşfetmek için bilgisayar yazılımları etkili araçlardır. Brown (1984) da bilgisayarları «fikir kuvvetlendiricileri» olarak tanımlamaktadır.
- Benzer şekilde Peressini ve Knuth (2005) teknolojinin entegrasyonunda ki bilişsel rolünü açıklarken Pea'nın öne sürdüğü güçlendirici ve yeniden düzenleyici olmak üzere iki farklı rolüne vurgu yapmaktadır.

- Pea'ya (1987) göre bilişsel teknolojilerin güçlendirici veya yeniden düzenleyici olarak iki farklı kullanımını vardır. Teknolojinin güçlendirici rolünde hesaplamalar veya matematiksel temsilleri oluşturulması gibi elle yapılabilecek zaman alıcı ve işlemsel yükü attıran zihinsel eylemlerin bilgisayarlar ile daha kesin, hızlı, detaylı, verimli ve bilişsel yükü azaltıcı bir şekilde kullanılması söz konusudur. Teknolojinin yeniden düzenleyici rolünde, teknoloji öğrencilerin matematiksel düşünmelerindeki odağı ve bakış açısını etkileme veya değiştirme gücüne sahiptir.

- Buchberger (1990) teknolojinin kara kutu ve beyaz kutu rolünden bahsetmektedir. Beyaz kutu yaklaşımında öğrenci teknolojinin gerçekleştirilmesini istediği matematiksel kavram/içeriğin farkındadır. Buchberger'e göre yeni bir matematiksel kavram öğretilmeden teknolojinin kara kutu olarak kullanımını olumsuz sonuçlar ortaya çıkarır. Cedillo ve Kieran beyaz kutu-kara kutu yaklaşımının iki aşırı uç nokta gösterdiğini ve öğrenci anlayışları için teknolojinin gri kutu rolünü de üstlenebildiğini vurgulamaktadır.

- Verillon ve Raberdel'in (1995) öne sürdüğü Enstrümantal Oluşum Teorisi ise bilgisayar destekli öğrenme ortamlarında öğrenci öğrenmesini açıklayan önemli yaklaşımlardan birisidir. Bu yaklaşımda aynı sınıftan verilen bir görevi aynı araçları kullanarak çözen bireyler veya gruplar çok çeşitli stratejiler kullanabilir. Matematik öğretiminde kullanılacak bir nesne öğrencinin elinde özel bir enstrümana dönüşmektedir. Teoride nesnelere verilen bir görevi yerine getirmesi için bireyi destekleyecek şekilde araç haline gelir. Enstrüman, eylemi gerçekleştiren birey ile eylemde kullanılan araç (Geogebra, grafik hesap makinesi gibi) arasında oluşturulan bir dünya veya yapı olarak tanımlanır. Enstrümanın kalitesi aracın (bilgisayar yazılımı gibi) ve bireyin özelliklerine (bilgi ve becerilerine) bağlıdır.

- 21. yüzyılda matematik eğitiminin önemli bir bileşeni olan matematiksel modelleme çalışmalarında teknoloji entegrasyonu çalışmalarının özellikle son yıllarda önem kazandığı görülür. Bu durum matematik eğitiminde matematiksel modelleme ve teknoloji okuryazarlığı becerilerinin birbirlerinden beslendiği zengin zihinsel süreçleri ortaya çıkarmakta ve 21. yüzyıl becerilerinin gelişimi için uygun öğrenme ortamlarına fırsat vermektedir.

- 1970 yılından bu yana, eğitimde matematiksel modelleme farklı alanlarda farklı bakış açılarına sahip araştırmacılar tarafından değişik şekillerde ele alınmıştır. Bu durumu Kaiser ve Sriraman (2006) altı farklı bakış açısı ile açıklar: **Gerçekçi modelleme, teorik modelleme, eğitimsel modelleme, bağlamsal modelleme, sosyalleştiren modelleme ve bilişsel modelleme.**

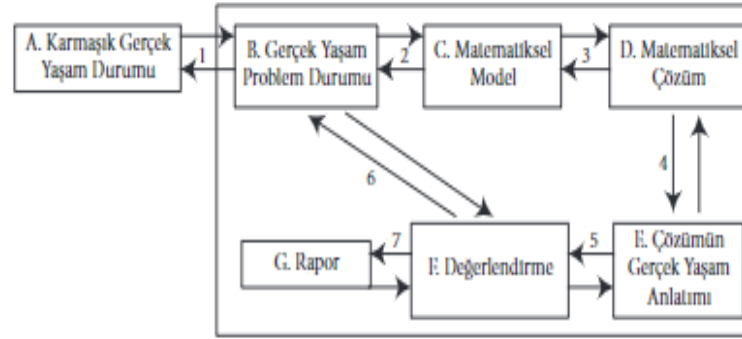
- Bilişsel/üstbilişsel, teknoloji temelli ve bütüncül-pragmatik modelleme yaklaşımlarının ileriki yıllarda **bağlantısal bütünsellik modellemeye** geçişte önemli olacağı düşünülmektedir. Bununla birlikte günümüzde transdisipliner STEM odağında gelişen bir matematiksel modelleme ile karşılaşılmaktadır. Bu durum geleceği modelleme yaklaşımlarında gelişim sıralarına şöyle bir sınıflama yapılmasına fırsat verebilir.

- 1) *Gerçekçi modelleme*
- 2) *Teorik modelleme*
- 3) *Eğitimsel modelleme*
- 4) *Sosyalleştiren modelleme*
- 5) *Bağlamsal modelleme*
- 6) *Bilişsel ve üst bilişsel modelleme*
- 7) *Teknoloji Temelli bilgi-işlemsel modelleme*
- 8) *Bütüncül Pragmatik modelleme*
- 9) *Transdisipliner Stem Temelli modelleme*
- 10) *Bağlantısal bütünsellik modelleme*

- Hıdıroğlu ve Özkan (2016) altı perspektif ve teknoloji temelli modelleme yaklaşımlarınının hem ön plana çıkardığı hem de arka plana attığı önemli düşünceleri öğrenme sürecine taşıyarak zenginleştirilmiş matematiksel modelleme ortamlarından bahsetmektedir. Farklı bir yaklaşım olarak Stem'in eğitimdeki ağırlığı ve transitler anlayışının matematik ayağının matematiksel modelleme olarak görülmesi önümüzdeki 5 yıl içerisindeki çalışmalarda matematiksel modellemenin Stem merkezi rollerinin üzerine odaklanılacağını göstermektedir.
- Galbraith ve ark. (2003) matematiksel modelleme destekli öğrenme ortamlarında öğrencilerin teknolojiyi nasıl kullandıklarını inceledikleri çalışmada teknoloji entegrasyonu düzeylerini düşükten yükseğe dört farklı şekilde açıklamıştır: Hükmeden, hizmetçi, partner, benliğin uzantısı.

- Teknolojinin hükmeder rolü, öğrencinin matematiksel bir anlayışının olmaması ve teknolojinin ürettiklerinin farkında olmadan (kör bir şekilde) onu kullanması ile ortaya çıkar. Hükmeden rolü, kara kutu rolüne benzerdir.
- Teknolojinin hizmetçi rolünde teknoloji, hesaplamalarda güvenilir ve zaman kazandıran bir araçtır. Burada öğrenci teknolojinin hakimi olsa da onu niteliksiz kullanır.
- Teknolojinin partner rolünde, öğrenciler teknolojiye doğrudan ve bilinçli olarak yaratıcı bir etkileşime girmekte ve onu düşüncelerine karşılık veren partner gibi dikkate almaktadır.
- Teknolojinin benliğin/zihnün uzantısı rolünde, teknoloji öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin ayrılmaz bir parçası olarak onları geliştirir ve yeniden düzenler.

- Galbraith ve Stillman teknoloji destekli Matematiksel modelleme sürecini 7 temel basamak 7 Temel bileşen ve 5 temel basamağı detaylandıran bazı teknoloji içerikli 30 alt basamak ile detaylı olarak açıklamaktadır.

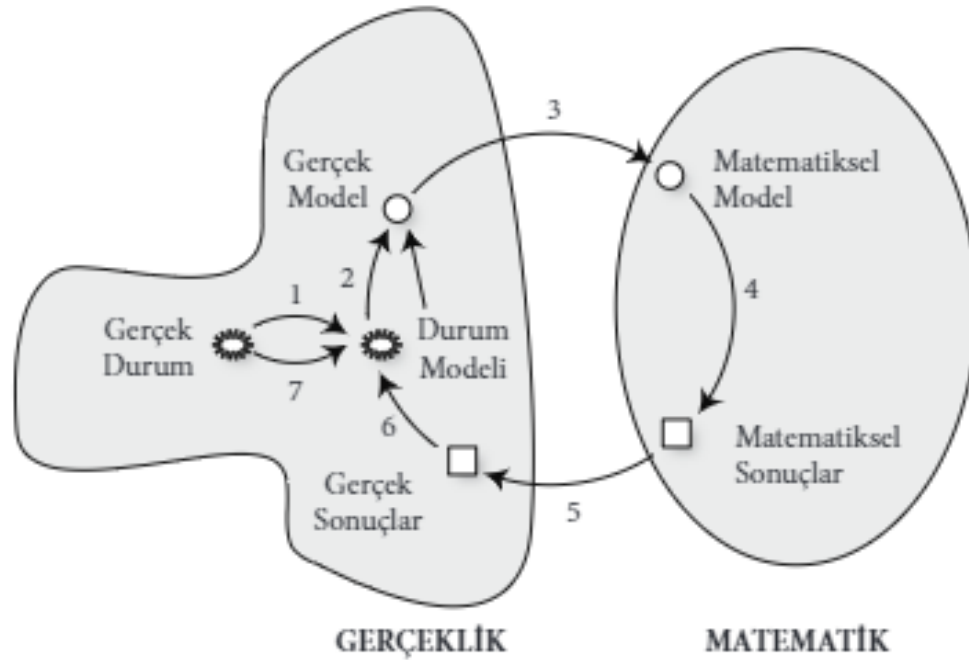


- 1- Anlama, yapılandırma, basitleştirme, içeriği yorumlama
- 2- Varsayımda bulunma, formüle etme, matematikselleştirme
- 3- Matematiksel olarak çalışma
- 4- Matematiksel çıktıları yorumlama
- 5- Karşılaştırma, eleştirme, doğrulama
- 6- İletişim kurma, çözümü savunma, rapor yazma (model tatmin ediciyse)
- 7- Modelleme sürecini tekrar etme (model tatmin edici değilse)

Şekil 3.1. Modelleme süreci şeması (Galbraith & Stillman, 2006)

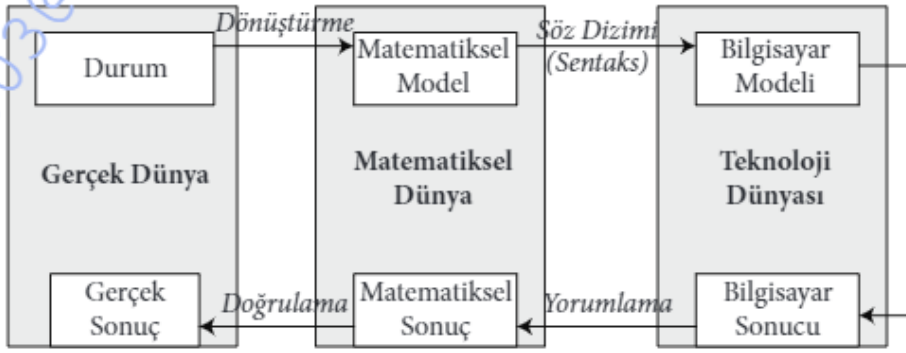
- Galbraith ve Stillman'a göre hesaplamaya olanak sağlayan matematiksel gösterimleri oluşturma, formülü çoklu durumlara uygulama, matematiksel modelin grafiksel gösterimini elde etme, denklemin cebirsel gösterimini doğrulama, çoklu durumlara göre fonksiyon işlevselliğini sağlama, hesaplamayı yapmak için matematiksel gösterimleri oluşturma, matematiksel modelin grafiksel gösterimini elde etme, matematiksel/teknolojik notasyonları ve geçişleri doğru bir Şekilde yapma ve teknolojiyi kullanarak cebirsel modeli doğrulamada teknoloji etkin bir rol oynamaktadır.

- Teknolojinin matematiksel modelleme sürecinde matematikten dünya ve gerçek yaşam gibi merkezi bir rol üstlenmediğini, süreçte zenginleştirici ve öğrenci zorluklarını ortadan kaldırıcı bir rol oynadığını ifade etmektedir.
- Teknoloji destekli matematiksel modelleme çalışmalarında en fazla ele alınan süreç modeli Blum'un (1985) çalışmasında teknoloji destekli olmayan ortamdaki verilerle geliştirilen bazı araştırmacılar tarafından yine teknoloji dahil edilmeden ufak farklılıklarla güncel hale getirilen döngüdür. Son yıllarda süreç modeli üzerinden belli öğrenci grupları ile yapılan durum çalışmaları ile modelleme sürecindeki teknolojinin rolünün sınırlı bir şekilde açıklanmaya çalışıldığı görülür.



- 1) Problem/Görevi anlama
- 2) Basitleştirme/Yapılandırma
- 3) Matematikselleştirme
- 4) Matematiksel olarak çalışma
- 5) Yorumlama
- 6) Doğrulama
- 7) Sunma

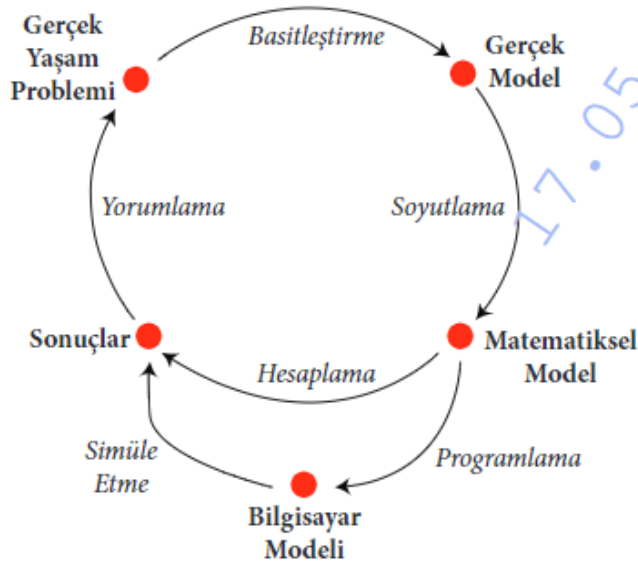
Şekil 3.2. Modelleme döngüsü (Blum & Leiß, 2007)



Şekil 3.3. Genişletilmiş modelleme döngüsü (Siller & Greefrath, 2010)

- Borromeo Ferri'nin (2007) süreç modelinden esinlenerek oluşturulan Siller ve Greefrath'ın (2010) genişletilmiş matematiksel modelleme sürecinde bilgisayar modeli ve bilgisayar sonuçları temel bileşen, teknolojik dünyada temel dünya olarak ele alınmaktadır.

- Siller ve Greefrath'a göre matematiksel modelin gelişimi matematiksel bilgi ve teknoloji dünyasındaki olanaklardan etkilenir. Matematiksel modellemede teknolojiyi kullanmak, teknoloji olmadan elde edilemeyecek bazı matematiksel modelleri elde etmemizi sağlayarak süreci genişletmektedir. Bu süreç modeli ve benzerlerini gerçek yaşam ve teknolojik dünya arasında matematiksel dünyayı olmazsa olmaz görmesi ve matematiksel modelleme sürecinde gerçek yaşam ve teknolojik dünya etkileşiminin matematiksel dünya olmadan ortaya çıkamayacağını öngörmesi açısından kısmi bir bakış açısı sunar.



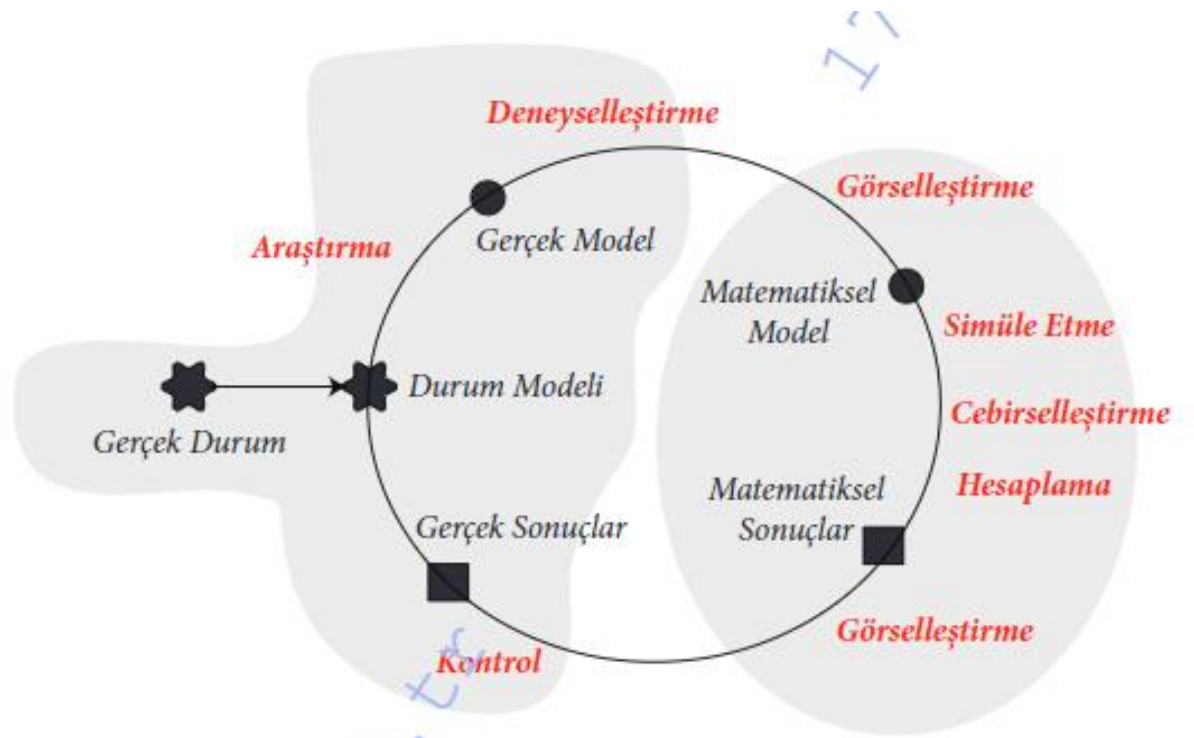
Şekil 3.4. Matematiksel modelleme döngüsü (Maki & Thompson, 2011)

- Maki ve Thompson (2011) teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecinde temel bileşen olarak bilgisayar modelini, temel basamak olarak programlama ve simüle etmeyi süreçte alır. Bu bakış açısı teknolojiyi sadece bir temel basamağın arasına sıkıştıran kısıtlı bir düşünce olarak görülebilir.

- Teknoloji matematiksel modellemedeki temel amaca ulaşmada bir araçtır. Çünkü teknoloji sürece dahil olsa da matematiksel modellemede temel amaç gerçek yaşamdaki bir probleme matematiksel olarak yaklaşılarak bir açıklama getirmek olduğundan dolayı burada teknoloji, süreci yönlendiren değil besleyen bir yapıda sürecin her aşamasında ortaya çıkabilir.
- Lalinska ve Majherova (2010), farklı bağlamlarda (basket atma, rampadan uçuş, suya atlama, şut çekme vb. gibi) ele alınan eğik atış hareketini havai fişek bağlamında ele alarak çözümde teknolojinin sürece etkilerinden bahsetmektedir. Excel programı ve grafik hesap makinesi ile gerçekleştirilmiş çalışmaya göre teknolojik araçlar matematiksel modellerin grafiksel gösterimlerine ulaşmada, matematiksel modellerin analizinde ve yorumlanmasında önemlidir.

- Ang (2010) matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde Pro3 yazılımı, Excel programı, Geometer's Sketchpad yazılımı ve Sars yazılımı öğrenciler için çok zengin bir öğrenme ortamı sağladığını ve teknolojinin matematiksel modellemede önemli bir rol oynadığını ifade etmektedir. Ang'e göre gerçek yaşam bağlamlarındaki gerçek verilerden elde edilecek sonuçların karmaşıklığı teknolojik araçlar sayesinde en aza inmektedir.
- Greefrath'a göre modellemedeki dijital araç uygulamalarının türü deney yapmadır. Örneğin dinamik geometri yazılımı veya bir hesap çizelgesi ile bir gerçek yaşam durumu geometrik veya sayısal bir modele dönüştürülebilir. Bir diğer dijital aktivite de gerçek durumları dijital araçlarla simüle etmektir.

- Gerçek yaşam durumu çok karmaşıksa, matematiksel modellerle deneyler yapılır. Özellikle bilgisayar cebir/geometri sistemlerinin yaygın bir kullanımı, öğrencilerin bu araçlar olmadan veya hızlı bir şekilde elde edemeyecekleri matematiksel sonuçlar ortaya çıkmaktadır. Gerçek verilerin bilgisayara girilmesi ve bilgisayarın cebirsel bir temsil sağlaması cebirselleştirme/cebirleme olarak ifade edilmektedir.
- Dijital araçlar matematiksel modellemede görselleştirme görevini yerine getirebilir. Örneğin, gerçek durum veya verilen veriler bir yazılım ile koordinat sisteminde tanımlanabilir. Bu, matematiksel modellerin geliştirilmesi için başlangıç noktasıdır. İleriki adımlarda, hesaplamaların sonuçları da aynı şekilde görselleştirilebilir. Bununla birlikte, internet bağlantısı olan bilgisayarlar kullanılıyorsa, problem ile ilişkili bilgileri araştırmak için de kullanılabilir ve bu sayede problemler daha iyi anlaşılabilir ve basitleştirilebilir.
- Dijital araçların matematiksel modelleme sürecinin her basamağında rol alması olasıdır.



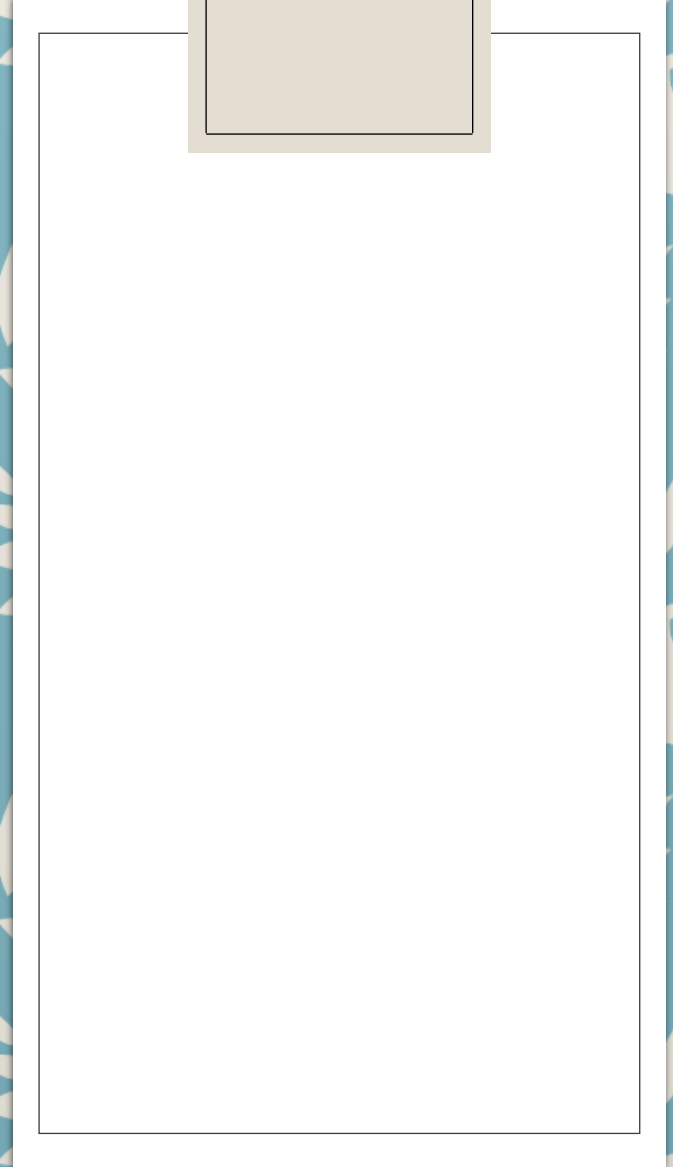
Şekil 3.5. Dijital araçlarla modelleme süreci (Greefrath, 2011)

*Karmaşık Gerçek Yaşam Durumu → Gerçek
Yaşam Problem Durumu*

1) Problemin Analizi

Şerife:
Zişan:
Resim
Dosyası

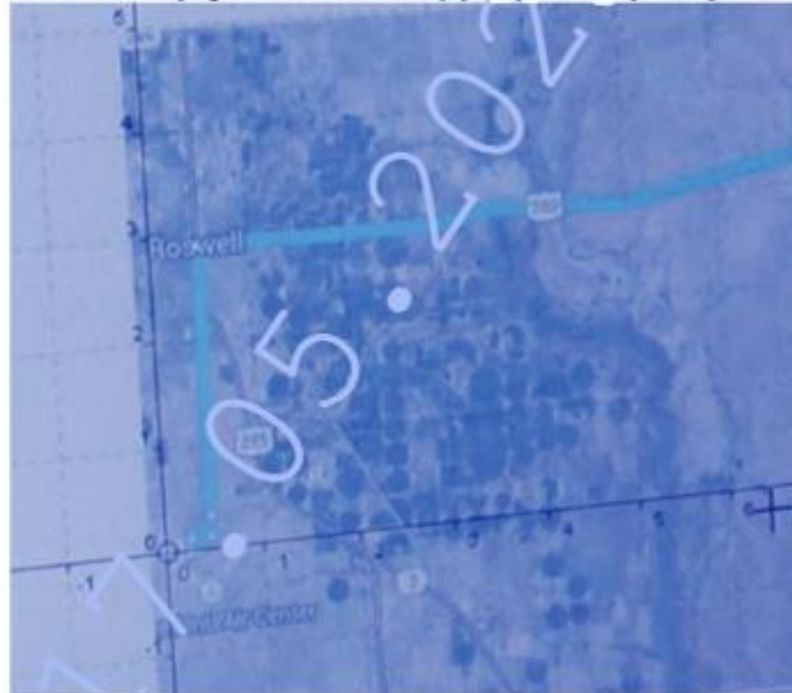
Elipsi düzlemde çizsek daha kolay olmaz mı?
Şurular bak. Nasıl? Dikkat ettin mi? Dönerken düzleşiyor.



Gerçek Yaşam Problem Durumu → Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli

2) Sistematik Yapıyı Kurma

- Demet: Tamam. İkinci olan daha büyüktü ya. Onu alalım (*Fotoğrafi şeffaflaştırdı ve analitik düzleme oturtuyok.*)
- Defne: Yerini nasıl yapalım? Resmi taşıyıp şu noktaya (*orjine*) mı getireyim?
- Video
- Alıntısı



Gerçek Yaşam Problem Durumunun Modeli

→ Yardımcı Matematiksel Modeller

3) Matematikselleştirme

Ulaş:
GeoGebra
Alıntısı

Tamam, şimdi buna dik çizeceğiz. Bunun kesişimini bulalım.



Doğuş:
GeoGebra
Alıntısı

Belirginleştiresene.



- Serbest nesnelər
- $A = (5.01, 5.46)$
- $C = (1.1, 3.67)$
- bağımlı nesnelər
- $a = 4.3$
- $b: y = 3.67$
- $c: x = 5.01$

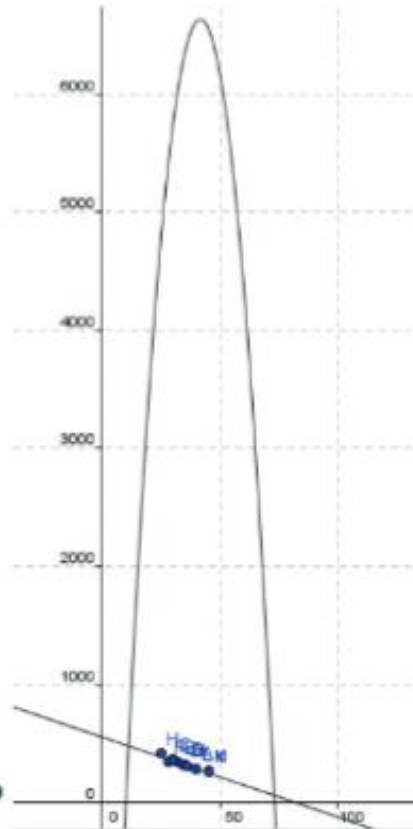
Ulaş:

Tamam. Bir de bunların renklerini ~~değiştireyim~~. Şimdi şu noktanın (E noktasını kastediyor.) şu noktaya (C) göre simetriğini alacağız.

Yardımcı Matematiksel Modeller → Ana Matematiksel Model

4) Üst Matematikselleştirme

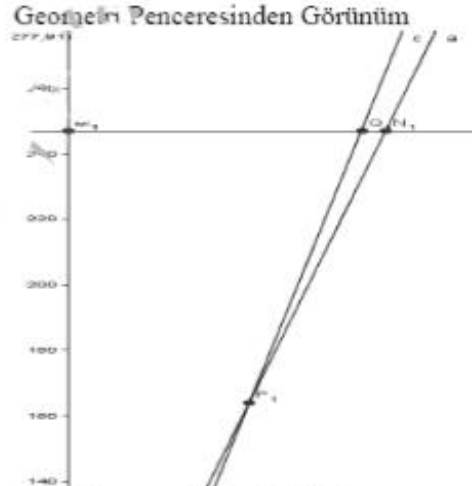
- Serbest nesnelər
- A = (40, 289)
 - B = (32, 345)
 - C = (30, 367)
 - D = (35, 321)
 - E = (35, 318)
 - F = (28, 344)
 - G = (35, 327)
 - H = (25, 420)
 - I = (30, 359)
 - J = (34, 323)
 - K = (45, 270)
 - L = (40, 283)
 - M = (45, 262)
 - N = (36, 311)
- c: $y = -6.75x^2 + 560.46x - 5000$
- bağımlı nesnelər
- a: $189x + 28y = 15693$



Ana Matematiksel Model \rightarrow Matematiksel Çözüm

5) Matematiksel Analiz

GeoGebra
Alıntısı



Cebir Penceresinden Görünüm

$c: -1077988.5x + 209709y = 6507074.25$

bağımlı nesnelere

$N_1 = (45.47, 247)$

$P_1 = (25.85, 163.9)$

$Q_1 = (42.01, 247)$

$a: 176028x - 41555y = -2260826$

$b: y = 247$

Mustafa:
İsa:

Kesişimlerini karşılaştırmamız işimize yarar mı ki?

Kesişim değil de, belki onların arasındaki açı, belki bu oran verebilir.
(Mehmet bu arada ilk çözümü kağıda geçiriyor.) Yani şimdi kesiştiği nokta

Matematiksel Çözüm → Gerçek Yaşam Çözümü

6) Yorumlama

Bengi:
GeoGebra
Alıntısı

Tamam.



Serbest nesnelere
A = (-2.62, 6.48)
B = (4.28, 2.32)
bağımlı nesnelere
a = 8.06

Bülent: Boyutu kaçmış? 8,06.

Canan: Evet.

Bülent: Burada da bakınca 200 metre 1 birim gibi oluyor (Ölçmeden göz kararı tahmin ediyor.).

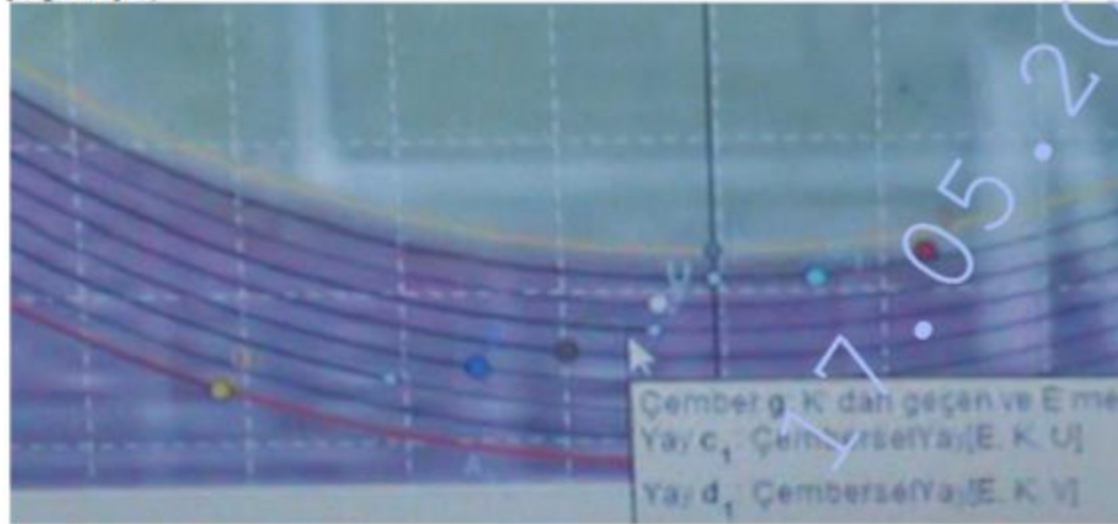
Gerçek Yaşam Çözümü → Çözüm Kararı

7) Doğrulama

Emin

Bu da tamam. (Şimdi atladıkları içten dışa 5. kişi için başlangıç noktası belirledi.) Şunlar için oldu. Bunlar için neden olmadı? Bir bakalım tekrar bunlara. (Bu sırada içten dışa 5. olanın rengini değiştirdi. Noktayı kalınlaştırdı. Bu sırada 7. nokta için devam ediyor. Aynı işlemleri yapmaya)

Video Alıntısı



İsmail:

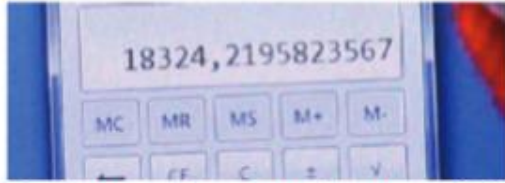
Tamam.

Emin:

Burada sorun var ya. (3 ve 4 için diyor. Bu sırada 7. Koşucunun başlangıç noktasını sabitledi, kalınlaştırdı ve renklendirdi.) Devam. (8. koşucu için de başlangıç noktasını belirliyor.)

Çözüm Kararı → *Hatanın Olduğu Düşünülen Parça*

8) Revize Etme



Bu ivme çok çıkmadı mı ya? Saniye falan mı alsak biz?

Çözüm Kararı → Çözüm Raporu

9) Raporlaştırma

Celal: Resim 4 de şerit genişliği bizim ölçeklememizi sağladı onu da vurgulayalım.

4. Foto



Dila: Evet. Noktaları belirlerken de direklerden yararlandık. Siyah çizgiyi hiza aldık.

- **GeoGebra’da basketbol topunun hareketinin gösterimi örneği;**

$$f(x) = -0.31x^2 + 0.38x + 1.48$$

Correlation coefficient = 0.91





Yukarıdaki ve benzeri örneklerle çeşitli dinamik yazılımların matematiksel zorlukların üstesinden gelinmesinde katkıda bulunduğu belirtilmektedir.



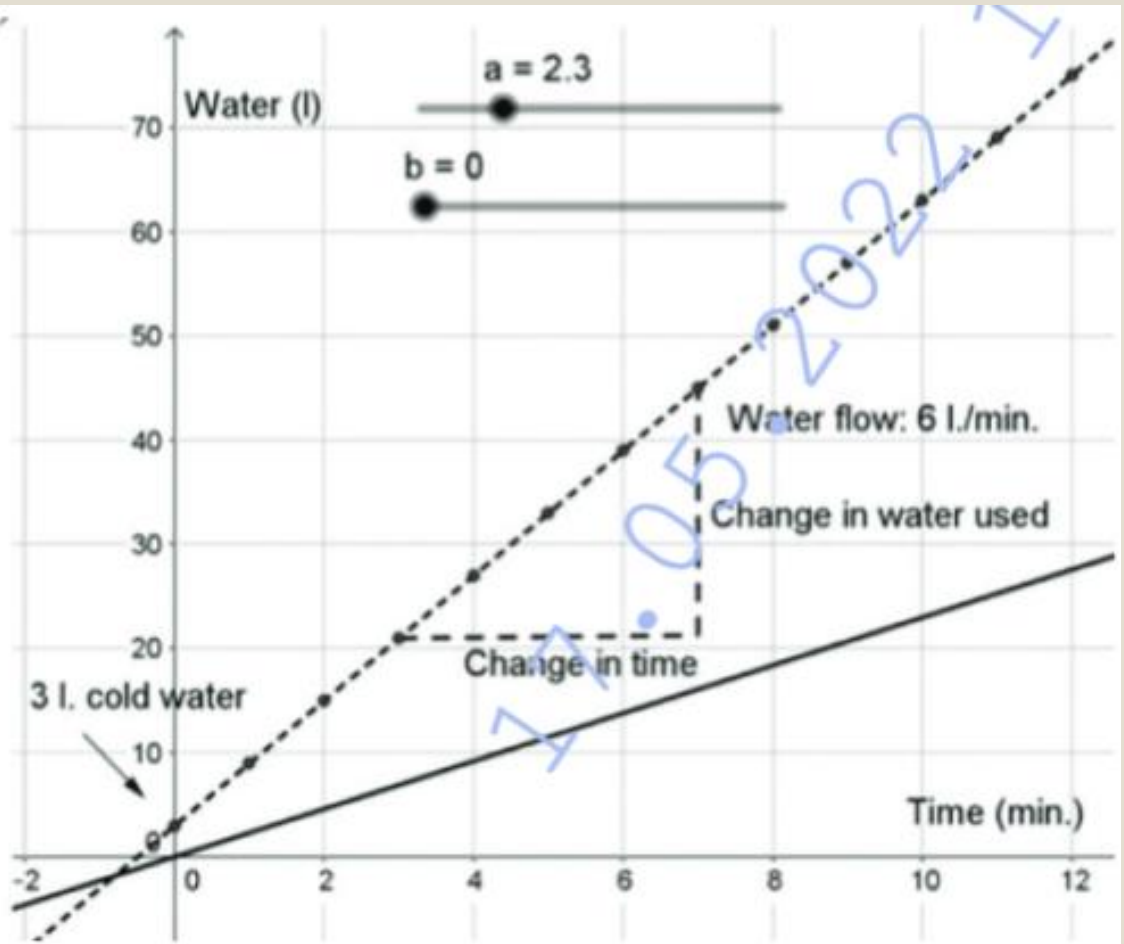
2011'den sonraki çalışmalar artık teknolojinin matematiksel modellemenin her basamağında kullanılabildiğine ve temel rolde olmadığına ilişkin ortak görüşler içermektedir.

- Stillman' in (2019) Google Map'den ve farklı kaynaklardan elde edilen fotoğraflardan yararlanarak ele aldığı gerçek yaşam bağlamı, bir bölgede bulunan Okaliptüs ormanının hasat edilmesidir. Ağaçlar yaşlı değil ve hasat için yeterince olgun değildir. Bağlama göre ağaçlar kesilmiş, kütükler taşınmıştır. Bağlam doğrudan problemi ortaya koymamakta ve öğrencilerin bağlamla ilgili stratejik etkenlere yönelik veriler toplamalarını ve asıl problemi keşfetmelerini gerektirmektedir.
- Bağlamda ormansızlaşmanın olumsuz etkileri, tekrar dikimin hızı ve önemi, yaşayan canlılardan dolayı ormanın hepsinin değil de ne kadarının kesime maruz kalması gerektiği, ormanın kapladığı alan, ağacın kaç yaşında kesilmesi gerektiği ve Okaliptus'un büyüme hızı gibi disiplinlerarası bilgilere ihtiyaç duyulmaktadır.



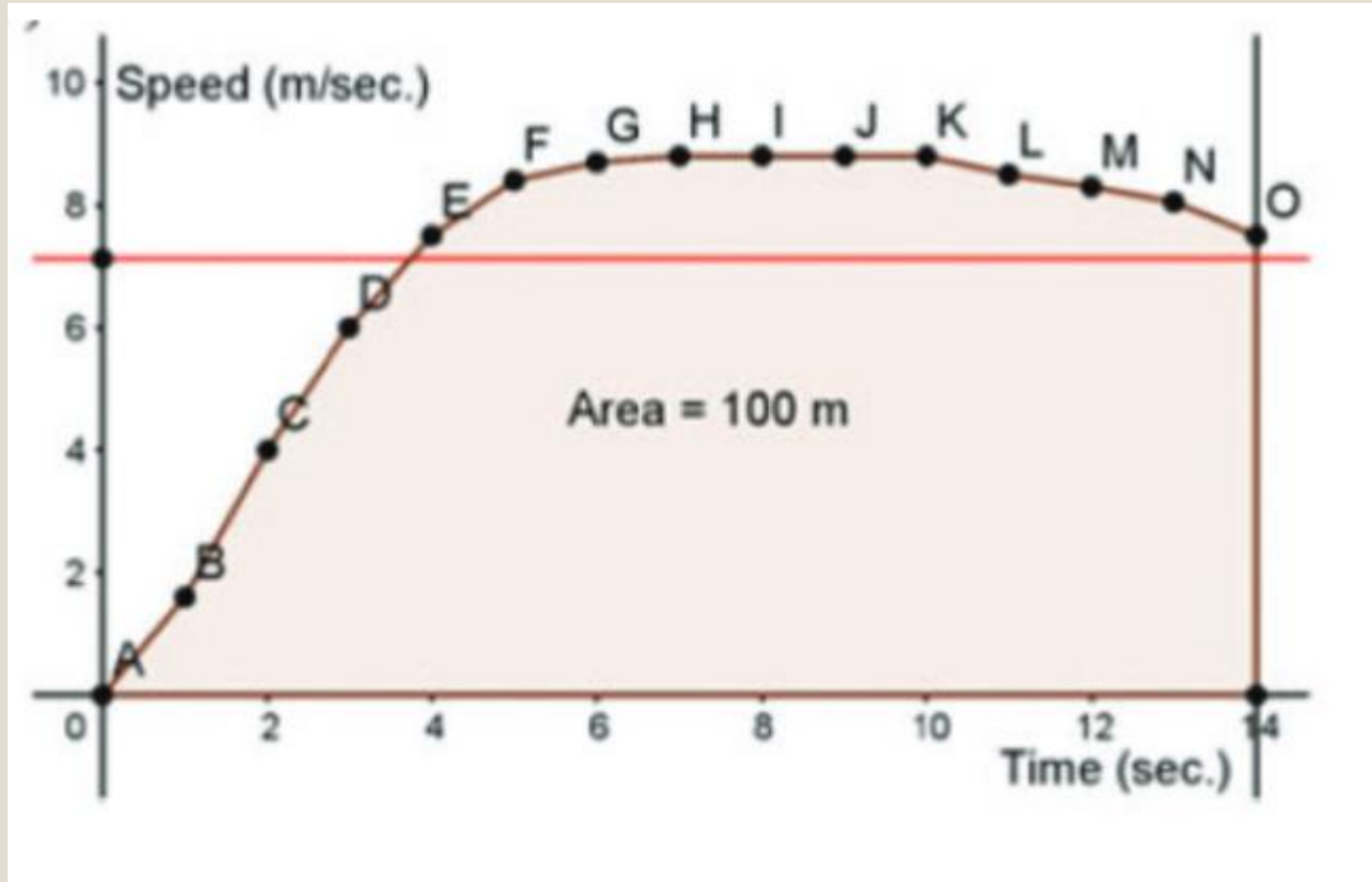
Otoban kenarındaki ormanlık bölgenin alanını bulma (Stillman, 2019)

- Blomhoj (2019) içerisinde 3L soğuk su olan kovanın dakikada 6L akıtan bir muslukla dolmasını açıklayan grafiği GeoGebra yardımıyla öğrencilerin elde edebileceğini ve doğrusal ilişkinin ($y=ax+b$) a ve b'ye sürgü atanarak rahatlıkla öğrenciler tarafından GeoGebra'da incelenebileceğini ifade etmektedir. Burada öğrenci hesap tablosu, grafik ve denklem (cebir ekranını kastediyor) arasında sürekli bir etkileşim içerisinde detaylı bir analizin yazılım sayesinde gerçekleştirebilir olduğunu söylüyor.



*Dolan kovanın GeoGebra gösterimi
(Blomhoj, 2019)*

◦ Blomhoj'un (2019) diğer problemi, öğrencilerin kendi 100 metre koşularını kaydetmelerini ve bu verilere bağlı bir grafik oluşturmalarını içermektedir. Blomhoj (2019) modelleme görevinde öğrencilerden önce sabit hızla, sonrasında sabit ivmeli bir şekilde koşular yapmalarını ve bunların grafiklerini elde etmelerini istemektedir. Burada öğrencilerden koşu anlarını kaydederek anlık hızlarını nasıl bulabileceklerine ilişkin düşünceler sergilemeleri istenebilir. Örneğin, öğrenciler bağlamı deneyimlerken 100 metreyi 5 metre aralıklı çizgilere bölebilir ve hızlarını video kaydındaki veriler yardımıyla hesaplayabilir. Bu tür okul dışı deneyimsel öğrenme ortamları teknolojik araçların etkin kullanımı ile çok etkili bir zihinsel sürece fırsat sağlar.



100 m koşusunda hız-zaman ilişkisinin GeoGebra'da bir gösterimi Blomhoj, 2019)

Zengin matematiksel modelleme ortamlarında bireyin veya grubun zihinsel çözümleri oldukça karmaşık ve zihinsel eylemleri iç içe geçmiş bir yapıdadır. Özellikle matematiksel modelleme deneyimi olmayan öğrencilerin daha da belirsiz veya tutarsız olan zihinsel eylemleri size matematiksel modelleme sürecini iki veya üç basamaklıymış gibi gösterebilir. Sürece ilişkin detaylı bir bakış kazanmak için modelleme becerisi yüksek kişilerle çalışmak (eğer teknoloji entegrasyonu varsa hem teknolojiyi kullanma hem de matematiksel modelleme becerisi) süreci bizzat deneyimlemek ve uzman görüşlerinden yararlanmak önemlidir.

Matematiksel modellemedeki temel basamakların çoğu kez iç içe girmesi bize acaba yanlış mı yapıyorum izlenimi verir. Fakat analizde en önemli dikkat edilmesi gereken şey çözücünün o anki öncelikli alt hedefini belirlemektir. Öncelikli alt hedefi hangi basamakta olduğunu gösteren ipuçlarından birisidir. Örneğin, matematiksel model için önemli yardımcı modelleri elde etme amacındaysa matematikselleştirme basamağındadır. Bu modelleri elde ettiği halde hala matematiksel modeli elde etmeye çalışması üst matematikselleştirmeyi gösterir. İkinci ipucu, o basamakların ayırt edici diğer özellikleridir. Örneğin, matematiksel çözüm elde edemese de matematiksel sonuçlara ulaşmaya dönük zihinsel eylemler bize matematiksel analiz basamağını işaret eder.

Matematiksel modelleme sürecinin çözücü tarafından bilinmesi yaptığı şeyin ne olduğu hakkındaki bilgiye karşılık gelir ve bu Flavell'in (1978) üstbilişsel bilgi dediği şeydir. Ayrıca bu bilgi Zimmerman'ın (2000) özdüzenlemesinde ön düşünmedeki zihinsel aktivitelerin kalitesini artırır. Burada sürece ilişkin bilinçli bir kontrol söz konusudur. Bununla birlikte çözücü nerede hata yaptığını bilerek o basamağa ilişkin daha dikkatli ve eksiklerini giderici bir tutum sergiler. Aynı şey öğretmen için de geçerlidir. Sürece hâkim olması vereceği zihinsel desteği şekillendirir, öğrenci zorluklarına ilişkin daha doğru bir karar vermesini ve sonrasında daha nitelikli bir ders planı tasarlamasını sağlar.

Farklı araştırmacıların matematiksel modelleme süreçlerindeki farklılıkları sorun değildir, tam tersine süreçteki zenginliği açığa çıkarır.

Önemli olan olabildiğince sizi aktif kılan ve başarıya götüren zihinsel rotayı seçmenizdir. Özellikle küçük yaş gruplarında ve ilk defa matematiksel modelleme uygulamalarıyla baş başa kalan bireylerde sürece ilişkin farkındalık oluşturmak için daha sade süreç modellerinden yararlanılabilir. Öğrenciler süreçte deneyim kazandıkça onların daha detaylı olan süreç modelleriyle ve örnek detaylı çözümlerle tanışmaları sağlanmalıdır.

Literatürde teknoloji destekli matematiksel modellemelerdeki farklı durumların ortaya koyulması bir ihtiyaç olarak görülmektedir.