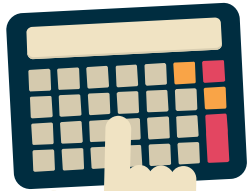
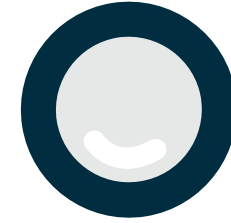


MATEMATİKSEL MODELLEMENİN SINIF İÇİ UYGULAMALARI



Sınıf ortamlarında matematiksel modellemelerden yararlanmak öğrencilere gerçek yaşam durumlarında matematiği nerede ve nasıl kullanacakları konusunda yardımcı olurken matematiksel öğrenme süreçlerindeki bilgi ve beceri gelişimlerini de desteklemektedir. Farklı ülkelerin matematik öğretim programları incelendiğinde matematiksel modellemenin öğrenme ve öğretme süreçlerinde kullanılmasına önem verildiği görölmektedir. Erken çocukluk döneminden üniversiteye kadar her sınıf seviyesinde uygulamalara entegre edilen matematiksel modelleme, farklı amaçlara hizmet edebilmektedir.

Matematiksel modellemeyi içeren öğretim süreçleri temel alınan perspektifle ilişkili olduğu gibi eğitim seviyesi, ulusal bağlam, öğretim programlarının amacı ve beklentisi, modelleme görevlerinin türü ve mevcut öğretim kaynakları gibi faktörlere göre de şekillenmektedir. Hangi seviyede, ne amaçla öğrenme ve öğretme sürecine dâhil edilirse edilsin uygulama aşamalarında matematiksel modelleme süreci bireylerin bilişsel olarak izlenmesine fırsat sağlamaktadır.

Sınıf ortamlarına dâhil edilen matematiksel modelleme uygulamaları öğrencileri farklı yönlerden desteklemektedir. Onların matematiksel düşünme süreçlerini, iletişim ve ilişkilendirme becerilerini güçlendirir, matematiksel kavramları yorumlayıp kullanmalarına fırsat sunarak matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerini sağlar. Bu nedenle sınıf uygulamalarında matematiksel modellemelerden yararlanmak hem matematik öğretim programının hedeflerine ulaşımı açısından hem de toplumsal yönden bilinçli ve üst düzey becerilere sahip bireyler yetiştirme açısından önemlidir.

Matematiksel Modelleme Öğrenciler İçin Kolay Bir Süreç Değildir

Bu duruma matematik ve gerçek yaşam arasında çift yönlü dönüştürme gerektiren modelleme etkinliklerinin bilişsel beklenti gerektirmesi neden olmaktadır. Bunun yanında matematiksel bilgi ve matematiksel olmayan bilgi kullanma, akıl yürütme, uygun inanç ve tutumla sürece dâhil olma, oluşturulan fikirlerin değerlendirilmesini gerektiren modelleme etkinliklerinin üst düzey bilişsel çaba gerektirmesi de öğrencilerin zorlanmasına neden olmaktadır.

Matematiksel Modelleme;

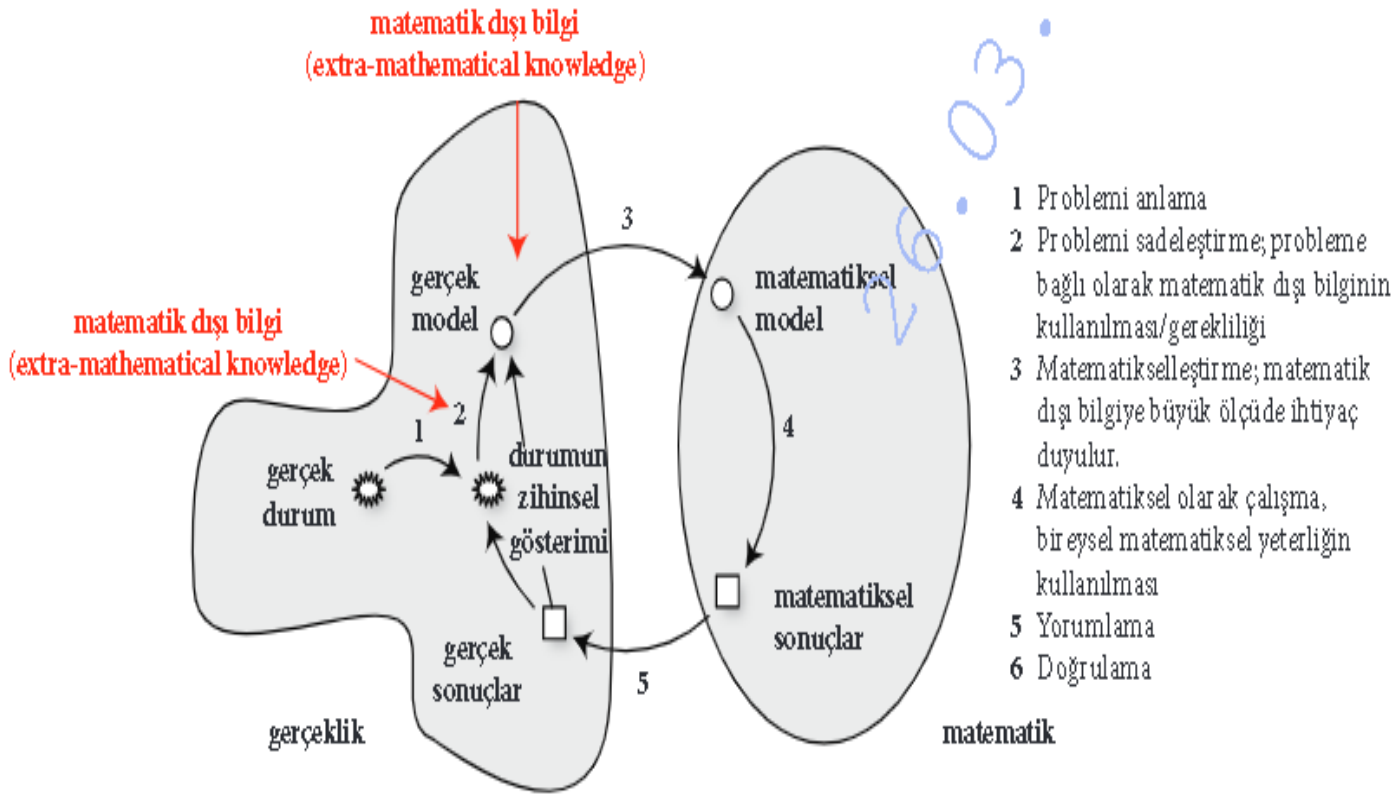
Sınıf ortamlarına uygun şekilde dâhil edildiğinde öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini destekler, modelleme sürecinde bilişsel olarak etkileşimlerini sağlar.

Öğrencilerin onlardan beklenen bilişsel eylemleri beklentilere uygun gerçekleştirebilmeleri için bu etkinliklerin çözülmesinde yol gösterecek bilişsel perspektife dayalı modelleme döngüleri açık ve net bir şekilde ortaya konmalıdır.

Bilişsel perspektif, matematiksel modelleme sürecindeki matematiksel ve matematiksel olmayan öğrenci düşüncelerini tanımlamada ön plana çıkmaktadır. Bu süreçte öğrencilerin bilişsel ve üst bilişsel eylemlerini ortaya çıkarmak, karşılaşılan güçlükleri ve engelleri belirlemek önemli olduğundan bilişsel perspektif diğer perspektiflerle ilişkilidir. Modelleme uygulamaları ile öğrencilerin bilişsel gelişimlerini sağlamak öğrencilere gerçek yaşam durumu sunarak problemi çözdürmenin ötesinde matematik ve gerçek dünya arasında geçişler yaparak yorumlama, değerlendirme süreçlerini gerektirir. Bu nedenle modelleme etkinliklerinde öğrencilere sunulan problem durumları onlar için anlamlı, akıl yürütebilecekleri durumlar olmalıdır. Böyle olmadığı takdirde modelleme sürecinde öğrenciler sadece belirli adımları sistematik olarak gerçekleştirecek bilişsel ve üst bilişsel yönden gelişmeyeceklerdir. Bu da matematiksel modellemenin doğasına uymayan bir sınıf uygulamasına neden olacaktır.




Matematiksel Modellemede Bişsel Eylemler



Lesh ve Doerr (2003) modelleme sürecinde bireylere odaklanmış ve bireysel modellemenin nasıl ve neden gerçekleştiği ve bu süreçte bireylerin oluşturduğu anlamlarla ilgilenmişlerdir. Modellerin bilişsel yapılar olarak adlandırdıkları kavramsal sistemlere benzerliğine dikkat çekmişlerdir. Modellerin içsel yapılar olduğu, bu içsel yapıların sözlü, yazılı semboller, somut materyaller, diyagramlar, resimler ve bilgisayar programları gibi araçlar ile ifade edilebileceği fikrine dayalıdır. Bilişsel perspektif altında modelleme döngüsüne göre birey, kendi matematiksel düşünme stiline bağlı olarak problemde verilen durumun zihinsel temsiline sahiptir.

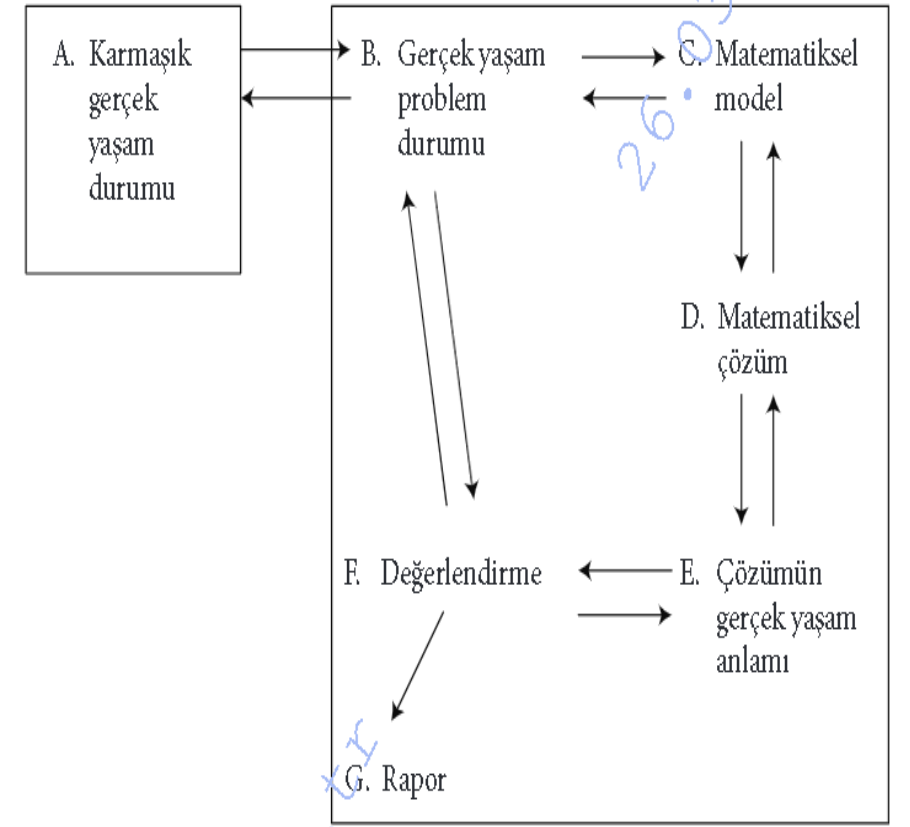
Şekil 1.1. Bilişsel Perspektife Dayalı Matematiksel Modelleme Döngüsü (Borromeo Ferri, 2007)



Bilişsel perspektife göre bireysel tercihler ve deneyimler, probleme ilişkin farkında olmadan yapılan sadeleştirmeler ve modelleme sürecinde problemle başa çıkma aşamalarını etkilemektedir. Gerçek durumun zihinsel gösterimini oluşturma, durumda verilen verilerin değerlendirilip aralarında ilişkilendirme yapma sürecinde bireyler matematiksel bilgiden farklı olarak kendi deneyimleriyle ilgili bilgilere ihtiyaç duymaktadırlar. Bu nedenle sınıf ortamında matematiksel modelleme süreci gerçekleştirilirken öğrencilerden sadece aynı basamaklardan benzer eylemler gerçekleştirip süreci tamamlamalarını beklemek doğru olmayacaktır.

Modelleme süreci bireyden bireye farklılık gösterse de ideal modelleme ilerleyişi de bulunmaktadır. Bu ideal modelleme sürecinin uygulanmasında süreç boyunca olabilecek bilişsel eylemleri bilmek yardımcı olacaktır. Galbraith ve Stillman (2006) matematiksel modelleme döngüsünde bireyler tarafından gerçekleştirilen bilişsel eylemleri tanımlamaktadır.

Basamaklar arası geçişlerde ortaya çıkması beklenen eylemler şunlardır: Karmaşık gerçek yaşam durumunu anlama, yapılandırma, sadeleştirme, yorumlama ile gerçek yaşam durumu (A-B) oluşturulur. Problem durumu üzerinde varsayımlarda bulunup bu durumun formüle edilmesi ve matematikselleştirilmesi ile matematiksel model (B-C) elde edilir. Karmaşık gerçek yaşam durumunun problem durumuna dönüştürülmesi, matematiksel modelin oluşturulması için önemlidir. Model üzerinde matematiksel olarak yapılan çalışmalarla matematiksel çözüme (C-D) ulaşılır, sonuç ya da sonuçlar yorumlanır (D-E). Bu sonuçlara dayalı yapılan karşılaştırma ve yorumlamalar ile tüm süreç değerlendirilir (E-F). Eğer elde edilen modelin yeterli olduğu düşünülürse iletişim kurma, rapor oluşturma faaliyetleri gerçekleştirilir (F-G). Aksi takdirde problem durumuna yeniden geçilir (F-B). Bu eylemlerden modelleme döngüsünün doğrusal bir şekilde devam eden bir süreç olduğu görülebildiği gibi ters yöndeki oklardan da süreçteki her adımda bir üst bilişsel değerlendirme yapıp sürekli olarak gözden geçirildiği görülmektedir.



Şekil 1.2. Modelleme Süreci (Galbraith ve Stillman, 2006)

Matematiksel modelleme uygulaması, öğrencilere karmaşık durumlar üzerine akıl yürütme yoluyla ilişkilendirme yapma, etkinliğin sınırlılıklarını değerlendirip çözüm stratejisi geliştirme ve bu süreci üst düzey bilişsel çaba ile tamamlamaları yönüyle matematik yapma fırsatı vermektedir. Bilişsel eylemlerin desteklenmesi ve sürecin uygun şekilde gerçekleştirilmesi için modelleme sürecinde öğrencilerin bilişsel eylemler üzerine sürekli yansıtımlar yapıp her basamağı değerlendirmesi ve kendi düşüncelerinin, eylemlerinin farkında olmaları önemlidir. Gerçek duruma uygun modeller oluştururken matematiksel düşüncelerinin gelişimini de destekleyen bilişsel süreçlerini takip ederek kararlar vermeleri öğrencilerin üst bilişsel eylemlerine karşılık gelmektedir.



Matematiksel Modelleme ve Üst Biliş

Üst Biliş

Üst biliş mevcut olan ya da yeni oluşan yapıların yansıtıcı soyutlaması ile ilgilenir ve öğrenen gelişimi, öğrenen-çevre etkileşimine vurgu yapar. Flavell (1979) üst biliş bireyin tüm bilişsel eylemlerini aktif olarak izlemesi ve düzenlemesi olarak ifade etmiştir. Schraw ve Moshman (1995) bu izleme ve düzenleme sürecinde yararlanılacak üst bilişsel stratejileri planlama, izleme ve değerlendirme aşamaları olarak açıklamışlardır.

Matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin sürekli olarak yansıtma yapmaları gerekmektedir. Dolayısıyla bu süreçte üst bilişsel eylemler önemlidir. Planlama ve izleme üst bilişsel stratejileri hem yansıtma eylemi ile ortaya çıkmakta hem de yansıtmanın ürünleri olarak görülmektedir. Planlama ve izleme stratejileri modelleme sürecinin amacına uygun şekilde gerçekleştirilmesini sağlarken değerlendirme ile ilgili eylemlerde sonraki modelleme etkinliklerindeki çalışmalarını geliştirir. Üst bilişsel eylemler modelleme problemleri üzerinde başarılı bir şekilde çalışmasının yanında modelleme yeterliliklerinin kazanılmasında da önemli bir role sahiptir.

Vorholter ve arkadaşlarına göre üst bilişsel modelleme yeterlilikleri, açıklayıcı üstbilgi ve işlemsel üst bilişsel stratejilerden oluşmaktadır.

Açıklayıcı üst bilgiyi şu şekilde kategorilere ayırmışlardır: Modelleme problemlerinin özelliklerini bilme, modelleme problemlerini çözmek için uygun stratejileri bilme, sürece dâhil olan bireylerin yeteneklerini bilme. Bu kategorileri aşağıdaki gibi ayrıntılandırmışlardır:

- Modelleme probleminin özellikleri ile ilgili bilgiler
 - Bireysel bir yaklaşım gerektirme gerekliliği
 - Girdi olarak verilen araştırmaya da yeterli varsayımları yapma gerekliliği
 - Alan bilgisini kullanma gerekliliği
 - Basit ama uygun modeli geliştirme gerekliliği
- Modelleme problemlerini çözmek için uygun olan stratejiler ile ilgili bilgiler
 - Stratejiler ile ilgili bilgi
 - Modelleme döngüsünün farklı adımları ile ilgili bilgi
- Kişinin kendisinin veya sürece dahil olan diğer bireylerin yetenekleri ile ilgili bilgiler
 - Kişinin kendisinin veya sürece dahil olan diğer bireylerin matematiksel yeterlikleri ile ilgili bilgi
 - Çalışmaya özgü tercihlere ilişkin bilgi

Bir diğer üst bilişsel bileşen olan üst bilişsel stratejiler kapsamında ise modelleme sürecine dayalı olarak planlama, izleme ve değerlendirme stratejilerini detaylandırmışlardır:

- Çözüm sürecini planlama stratejileri
 - Çalışılması gereken etkinlik
 - Sürece dâhil olan bireyler
 - Duruma özgü şartlar
- İzleme ve gerekirse çalışma sürecini düzenleme stratejileri
 - Bir araç olarak modelleme sürecini kullanma
 - Stratejileri sistematik olarak ve amaca yönelik uygulama
 - Bilişsel engellerin farkında olma
- Modelleme sürecini geliştirmek için modelleme sürecini değerlendirme stratejileri

Bir modelleme etkinliği gerçekleştirilirken üst bilişsel bilgi ve stratejiler rutin bir şekilde kendini gösterebilir.

Stillman'a göre öğrenciler modelleme sürecinde engelle karşılaşırsa ya da bir zorluk yaşarsa üst bilişsel eylemler; üst bilişsel körlük, üst bilişsel yıkıcılık, üst bilişsel illüzyon, üst bilişsel yanlış yönlendirme olarak da ortaya çıkabilmektedir.

Üst Bilişsel Körlük:

Öğrenciler bir şeylerin yanlış olduğunu fark etmeyip yanlış stratejiye devam ettikleri ve hesaplama hatalarını fark etmedikleri zaman üst bilişsel körlük ortaya çıkar.

Üst Bilişsel Yıkıcılık:

Üst bilişsel yıkıcılık ise güçlük yaşanan bir duruma verilecek yanıtın yalnızca durumu ele almakta başarısız olmasıyla kalmaz bunun yanında etkinliğin kendisini de değiştiren şiddetli ve çoğu zaman yıkıcı eylemlerde bulunulması halinde ortaya çıkar.

Üst Bilişsel İllüzyon:

Öğrencilerin aslında var olmayan bir engeli var gibi algıladıkları için bir çözümü sona erdiren gereksiz eylemler yaptıkları durumlar üst bilişsel illüzyondur.

Üst Bilişsel Yanlış Yönlendirme

Algılanan engele yönelik potansiyel olarak ilgili fakat uygun olmayan bir yanıt verilmesi ise üst bilişsel yanlış yönlendirmedir.

Modelleme sürecinde öğrenciler yaptıklarını ve düşündüklerini izlerken üst bilişsel eylemlerin farkında olurlarsa modelleme süreci etkili bir şekilde gerçekleştirilebilir. Kendini izleme ve değerlendirme onlara gerçek yaşam durumları içerisindeki matematiksel kavramları keşfederek aralarındaki ilişkileri içeren modeller oluşturma, standart olmayan kendine özgü çözüm yolları belirleme gibi matematik yapma düzeyindeki eylemlerinde destek olur. Dolayısıyla onlara bu aşamada üst bilişsel eylemleri destekleyici gerekli destek verilmelidir.

Sınıf içinde bu denge öğrencilerin probleme ilişkin yorumlarını değerli görerek, sorular sorup düşünmelerini sağlayarak, yaptıkları matematiksel modelleri sınıfla paylaşıp açıklamaya teşvik ederek ve matematiği sınırlandırmayacak modelleme problemleri seçerek korunabilir.

Sonuç olarak hangi amaçla, ne düzeyde yapılırsa yapılsın matematiksel modellemede en önemli şey matematik yapmaktır. Matematik yapmayı sağlayan öğrenci eylemleri de süreçte bilişsel ve üst bilişsel perspektifin ortaya koyduğu yaklaşımlarla ortaya çıkar. Çünkü süreç içerisinde öğrenciler belli varsayımlara dayalı açık uçlu problemlerin yapılandırıldığı durum içindeki değişkenleri, kavramları, parametreleri, ilişkileri ortaya koyarlar ve bunlar üzerinde modeller oluşturup modellerini gerekçelendirirler. Bu sürecin amacına uygun gerçekleştirilmesi ve etkili olması için matematiksel modelleme sürecine ve öğrenciye uygun etkinlikler belirlemek önemlidir. Modelleme probleminde sadece gerçek yaşam durumunun olması yeterli olmaz. Öğretmenler modelleme sürecini gerçekleştirecek etkinlikler seçmelidirler.

Öğrenciler varsayımları belirleme, varsayıma dayalı model oluşturma, modelleri gerçek yaşam durumu açısından yorumlama ve doğrulama gibi farklı basamaklarda zorluk yaşayabilirler. Bu zorluklarla başa çıkılmadığında matematiksel modelleme amaca hizmet etmeyecektir. Bu zorlukların üstesinden gelmede öğretmenlerin modellemeye yönelik teorik bilgileri ve uygulama süreçlerine yönelik pedagojik bilgileri belirleyicidir. Öğrencileri destekleme yaklaşımları her sınıf ortamında farklılık gösterse de genel olarak öğrencilerin sürekli olarak kendi bilişsel eylemlerini takip etmelerini ve değerlendirmelerini, grup çalışmaları ile düşüncelerini paylaşmalarını, arkadaşlarının düşüncelerini dinlemelerini, farklı fikirler içeren varsayımlar üzerine oluşturulan modelleri karşılaştırmalarını sağlamak önemli yaklaşımlar olacaktır.