

**Matematiksel Modelleme
Etkinlik Örnekleri ve
Çözüm Yaklaşımları**

Banka Soygunu

Önceki gece İstanbul'da bir banka şubesi kimliği belirsiz kişi ya da kişilerce elektriklerin kesik olduğu bir sırada soyuldu. Polis olay mahalline kısa sürede ulaştı, ancak soygunu yapan kişi ya da kişileri yakalayamadı. Olay yerindeki çeşitli kanıtları değerlendiren polis sabah saatlerinde Ahmet K. (35), Burak M. (24) ve Cem T. (34) adlı şüphelileri gözaltına alarak önce Emniyet Müdürlüğü'ne oradan da Adliyeye götürdü.



Adliyedeki savcı, sorgulamalardan Őüphelilerin durumlarıyla ilgili aşağıdaki çıkarımlara ulaŐmıŐtır:

- Eğer Ahmet susuzsa, hem Burak hem Cem suçludur.
- Ya Burak ya da Cem suçsuzdur.
- Ya Ahmet suçsuzdur ya da Burak suçludur.

Bu bilgiler ıŐıđında savcı, Őüphelilerin tutuklanma talebiyle mahkemeye sevkine ya da tahliyesine karar verecek. Savcı sizlerden, Őüphelilerden kimin suçlu kimin suçsuz olduğuna karar vermede kullanabileceği bir yöntem nermenizi beklemektedir.



Banka Soygunu: Örnek Çözüm Yaklaşımı

p , q ve r aşağıdaki şekilde tanımlanmış önermeler olsun.

- p : Ahmet suçludur.
- q : Burak suçludur.
- r : Cem suçludur.

Bu önermeleri kullanarak sorgu tutanaklarındaki bilgiler aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

- (1) $p' \Rightarrow (q \wedge r)$ [Eğer Ahmet suçsuzsa, hem Burak hem Cem suçludur].
- (2) $q' \vee r'$ [Ya Burak ya da Cem suçsuzdur].
- (3) $p' \vee q$ [Ya Ahmet suçsuzdur, ya Burak suçludur].

Doğru önerme 1, yanlış önerme 0 ile ifade edilerek, (1), (2) ve (3) bileşik önermelerinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibi elde edilir.

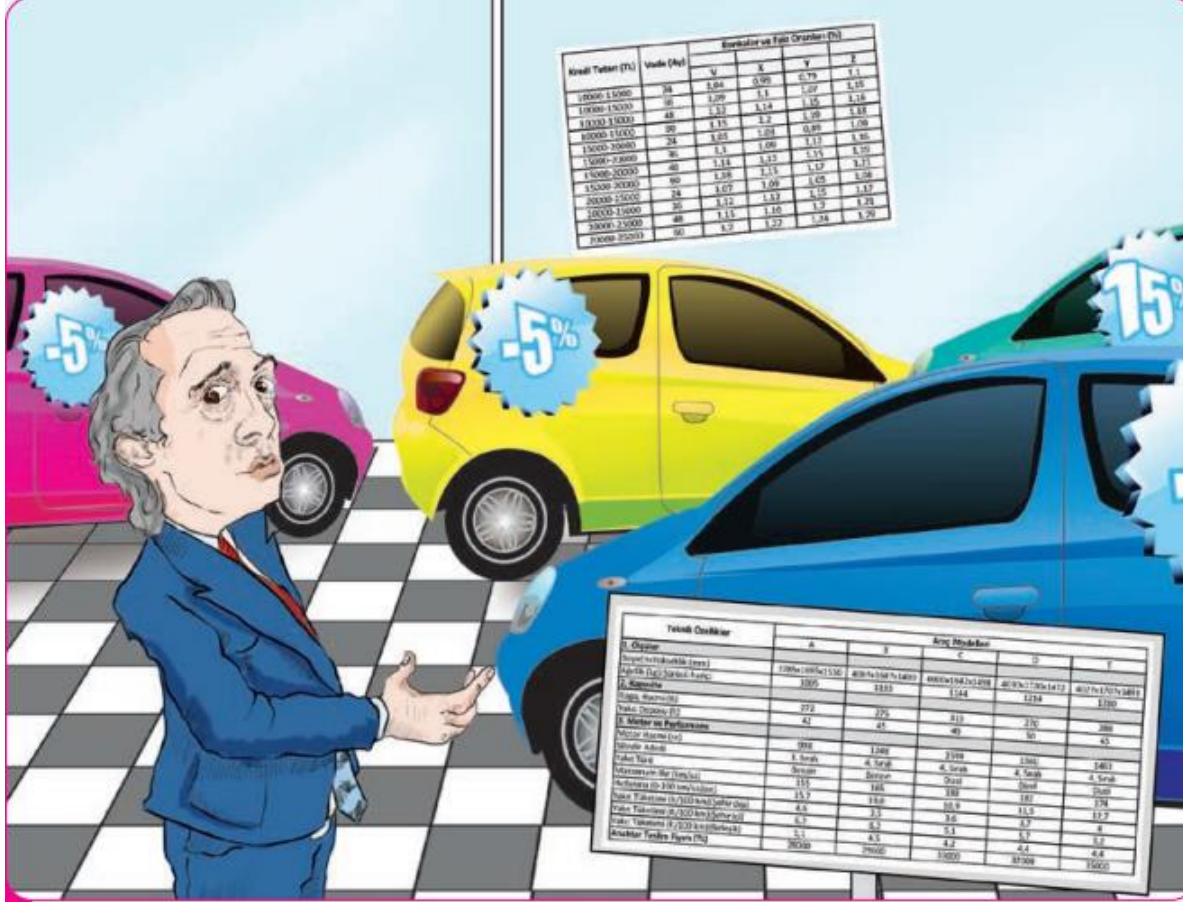
p	q	r	p'	q'	r'	$q \wedge r$	$p' \Rightarrow (q \wedge r)$	$q' \vee r'$	$p' \vee q$
1	1	1	0	0	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1

Doğruluk tablosuna göre yukarıda verilen üç ifadenin de doğru (1) olduğu ikinci satır sonucu verir.

Bu durumda $p : 1$, $q : 1$ ve $r : 0$ olarak bulunur.

Sonuç olarak Ahmet ve Burak suçlu, Cem suçsuzdur.

Hangi Otomobili Almalı?



Levent Bey, ailesi için bir otomobil almayı planlamaktadır. Aylık net geliri 1.776 TL ve sabit gideri 1.200 TL olan Levent Bey'in birikmiş 10.000 TL parası bulunmaktadır. Yıl sonu kampanyalarından faydalanmak isteyen Levent Bey, öncelikle otomobil bayilerini ziyaret ederek düşündüğü otomobillerin özelliklerini ve fiyatlarını içeren broşürleri edindikten sonra, bunların bilgilerini Tablo 1'deki gibi düzenlemiştir.

Tablo 1. Araçların modellerine göre teknik özellikleri

Teknik Özellikler	Araç Modelleri				
	A	B	C	D	E
1. Ölçüler					
Boy x En x Yükseklik (mm)	3785x1695x1530	4065x1687x1490	4000x1642x1498	4030x1720x1472	4027x1707x1493
Ağırlık (kg)(Sürücü hariç)	1005	1105	1144	1214	1280
2. Kapasite					
Bagaj Hacmi (lt)	272	275	315	270	288
Yakıt Deposu (lt)	42	45	45	50	45
3. Motor ve Performans					
Motor Hacmi (cc)	998	1248	1598	1560	1461
Silindir Adedi	3, Sıralı	4, Sıralı	4, Sıralı	4, Sıralı	4, Sıralı
Yakıt Türü	Benzin	Benzin	Dizel	Dizel	Dizel
Maksimum Hız (km/sa)	155	165	188	182	174
Hızlanma (0-100 km/sa)(sn)	15,7	13,6	10,9	11,5	12,7
Yakıt Tüketimi (lt/100 km)(Şehir dışı)	4,6	3,5	3,6	3,7	4
Yakıt Tüketimi (lt/100 km)(Şehir içi)	6,2	6,2	5,1	5,7	5,2
Yakıt Tüketimi (lt/100 km)(Birleşik)	5,1	4,5	4,2	4,4	4,4
Anahtar Teslim Fiyatı (TL)	28000	29600	33000	32000	35000

Levent Bey, deneyimli arkadaşlarıyla da konuşarak otomobillerin teknik özelliklerine yönelik aşağıdaki notları çıkartmıştır:

- Otomobillerde motor hacmi büyüdükçe tüketilen yakıt miktarı artar.
- Otomobillerin ağırlığı ile yüksek hızlardaki güvenliği arasında doğru orantı vardır.
- Silindir sayısı arttıkça motorun gücü artar.

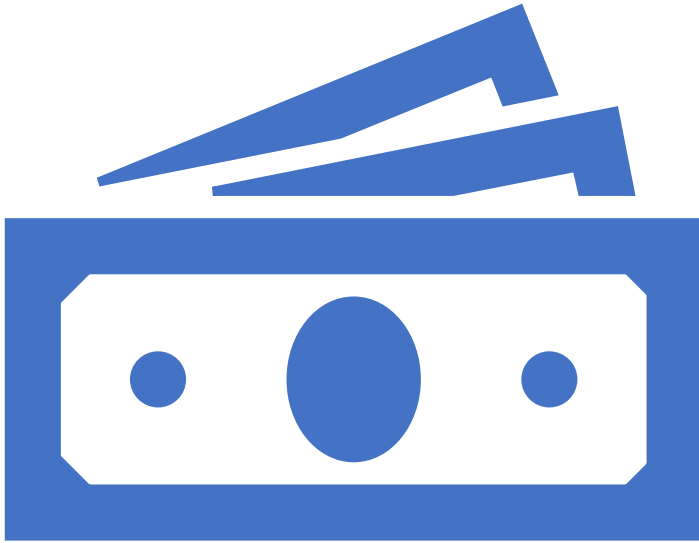
Levent Bey, otomobil alırken biriktirdiği parayı peşinat olarak vermeyi, geri kalan kısmı ise bankadan kredi alarak ödemeyi düşünmektedir. Kredi için 4 bankayla görüşerek, kredi ve faiz oranlarını gösteren Tablo 2'yi oluşturmuştur.

Tablo 2. Bankaların kredi faiz oranları

Kredi Tutarı (TL)	Vade (Ay)	Bankalar ve Faiz Oranları (%)			
		V Bankası	X Bankası	Y Bankası	Z Bankası
10000-15000	24	1,04	0,99	0,79	1,1
10000-15000	36	1,09	1,1	1,07	1,15
10000-15000	48	1,12	1,14	1,15	1,16
10000-15000	60	1,15	1,2	1,19	1,18
15000-20000	24	1,05	1,03	0,89	1,09
15000-20000	36	1,1	1,09	1,12	1,16
15000-20000	48	1,14	1,13	1,15	1,19
15000-20000	60	1,18	1,15	1,17	1,21
20000-25000	24	1,07	1,09	1,05	1,08
20000-25000	36	1,12	1,12	1,15	1,17
20000-25000	48	1,15	1,16	1,2	1,21
20000-25000	60	1,2	1,22	1,24	1,29

Levent Bey'in sizin yardımınıza ihtiyacı vardır. Onun hangi otomobili tercih etmesi ve hangi finansman alternatifini ve vadesini seçmesi gerektiğini nedenleri ile açıklayan bir model geliştiriniz.

Hangi Otomobili Almalı: Örnek Çözüm Yaklaşımı



Öncelikle Levent Bey'in aylık ödeyebileceği maksimum ücret $1.776 - 1.200 = 576$

TL'dir. Dolayısıyla aylık ödemeler 576 TL'yi geçmemelidir. Peşinatta verecekleri 10.000 TL'yi otomobillerin fiyatlarından düşersek, bankadan alınması gereken kredi bulunur. Buna göre,

- A otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $28.000 - 10.000 = 18.000$ TL
- B otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $29.600 - 10.000 = 19.600$ TL
- C otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $33.000 - 10.000 = 23.000$ TL
- D otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $32.000 - 10.000 = 22.000$ TL
- E otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $35.000 - 10.000 = 25.000$ TL

bulunur. Bu kredi miktarlarının çekilmesi için öncelikle otomobile göre ağırlıklı ortalama ya da puanlama belirlenmelidir. 5 araç olduğu için en düşük özelliğe 1, en yüksek özelliğe 5 puan verilerek hesaplama yapılabilir. Eğer eşit özellikler söz konusu ise bütün araçlara verilecek toplam puan 15 olacak şekilde orantılı puanlama yapılabilir. Buna göre aşağıdaki tablo elde edilir.

Teknik Özellikler	Araç Modelleri				
	A	B	C	D	E
Ağırlık (kg)(Sürücü hariç)	1	2	3	4	5
Yakıt Deposu (l)	1	3	3	5	3
Motor Hacmi (cc)	1	2	5	4	3
Silindir Adedi	1	3,5	3,5	3,5	3,5
Yakıt Türü	1,5	1,5	4	4	4
Maksimum Hız (km/sa)	1	2	5	4	3
Hızlanma (0-100 km/sa)(sn)	1	2	5	4	3
Yakıt Tüketimi (l/100 km)(Şehir dışı)	1	5	4	3	2
Yakıt Tüketimi (l/100 km)(Şehir içi)	1,5	1,5	5	3	4
Yakıt Tüketimi (l/100 km)(Birleşik)	1	2	5	3,5	3,5
Anahtar Teslim Fiyatı (TL)	5	4	2	3	1
Ağırlıklı Puanlama Toplam	16	28,5	44,5	41	35

Bu tabloya göre C model otomobil tercih sebebidir. Buna göre, C otomobilini almak için çekilmesi gereken kredi miktarı, $33.000 - 10.000 = 23.000$ TL'dir.

Kredi Tutarı (TL)	Vade (Ay)	Aylık Taksit (TL)			
		V	X	Y	Z
		C	C	C	C
23000	24	1120	1123	1117	1121
23000	36	810	810	815	818
23000	48	658	660	667	669
23000	60	575	579	582	591

Bu elde edilen ödeme tablosuna göre C modeli için V bankasından 60 ay vadeli 23.000 TL kredi alınmalıdır.

Acile Gelen Yüksek Tansiyon Hastası

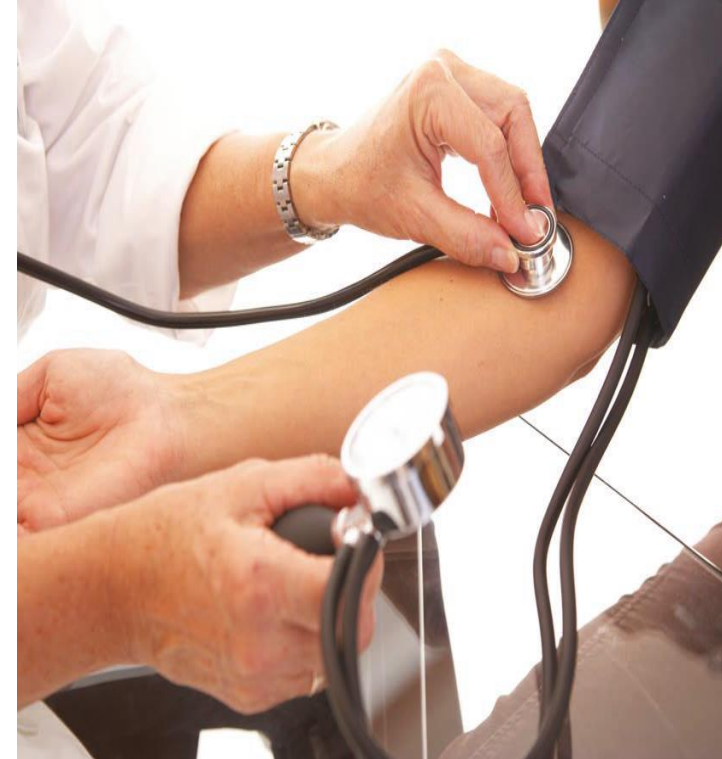
Tansiyon, atardamarların içindeki kan basıncıdır. Tansiyon, ölçüm birimi mmHg olan iki parametre ile ölçülür: büyük tansiyon (sistolik basınç) / küçük tansiyon (diastolik basınç). Büyük tansiyon, kalbin sol kalpten kanı vücuda doğru pompalarken kullandığı güce denir. Küçük tansiyon ise kalbin kan pompalanmasını bitirdikten sonra damarlarda ortaya çıkan basınçtır. Dünya Sağlık Teşkilatı'nın tarifine göre normal kan basıncı 120/80 mmHg dir.

Yapılan bilimsel çalışmalara göre yüksek tansiyon sınırı yaşla değişiklik göstermesine rağmen, orta yaşlı insanlarda büyük tansiyon en fazla 140 mmHg, küçük tansiyon ise en fazla 85 mmHg olmalıdır.

Tansiyonu yüksek olan bir hastayı rahatsız eden ve bir doktora gitmesine yol açan ilk belirtiler başın arkasından enseye doğru uzanan baş ağrısı, baş dönmesi, kulak çınlaması, burun kanaması veya kalp ağrılarıdır.

Yüksek tansiyon eğer kontrol edilmezse, kalp, beyin, böbrek gibi hayati organlarda zaman içinde bir çok hastalık ortaya çıkaracağı gibi, ani ve aşırı tansiyon yükselmesi hastanın beyin kanaması geçirerek felç olmasına bile sebep olabilir. Bu nedenle, yüksek tansiyonun tedavisi mutlaka yapılmalıdır.

1. Tansiyonun yüksek olması ne demektir?
2. Tansiyonu ortalama 130/82 mmHg olan bir kişi yüksek tansiyon hastası olarak kabul edilebilir mi? Neden?
3. Bu kişide yüksek tansiyon belirtileri görülür mü?





Asistan doktor olarak acilde nöbet tuttuğunuz bir akşam saat 21.15'te, yüksek tansiyon belirtileri ile acile gelen bir hastanın ilk tansiyon ölçümünü yaptıktan sonra tansiyonunun çok yüksek olduğunu gördünüz ve hastaya uygun dozda bir tansiyon düşürücü ilaç verdiniz. Daha sonra, İlknur hemşireden belli aralıklarla bu hastanın tansiyon ölçümünü yapmasını, bu sonuçları ölçüm yaptığı saatle birlikte bir kağıda not etmesini ve eğer acil bir durum olursa size haber vermesini istediniz. Yaklaşık iki saat sonra, hastayı kontrol etmek için yanına uğradığınızda, İlknur hemşire size Tablo 1'de gösterilen tansiyon takip çizelgesini verdi.

Tablo 1. Hastanın tansiyon takip çizelgesi

Tansiyon ölçüm zamanı (saat)	Büyük tansiyon (mmHg)	Küçük tansiyon (mmHg)
21:15	198	119
21:20	182	103
21:28	167	93
21:40	154	88
22:19	129	84
23:20	125	81

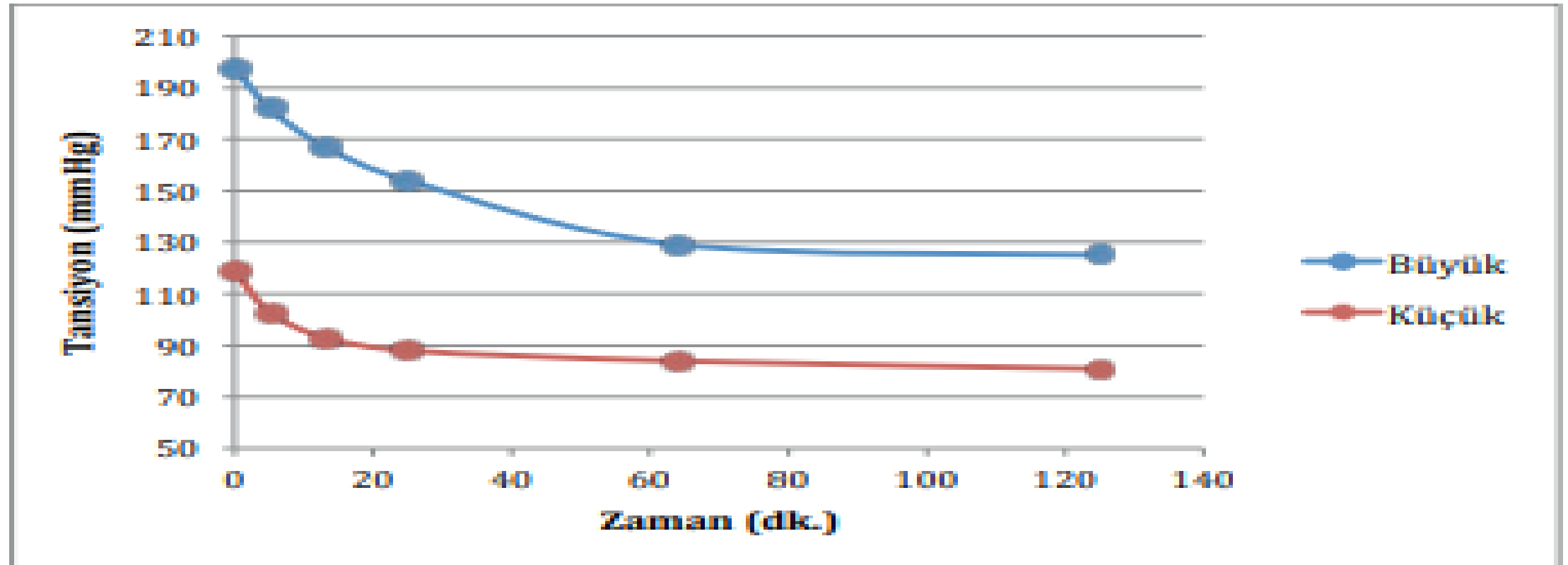
Tansiyon takip çizelgesindeki verileri kullanarak, Acil Tıp Anabilim Dalı Başkanı olan hocanıza, aşağıdaki soruları ayrıntılı ve ikna edici cevaplar veren bir açıklama yapmanız gerekiyor.

1. Hastanın tansiyonu hastanede bulunduğu sürede zamanla nasıl değişmiştir?
Tansiyonun düşüşünde nasıl bir değişim söz konusudur?
2. Hastanın tansiyonunun düşüş oranının en fazla ve en az olduğu saatler hangileridir?
3. Hastayı rahatsız eden yüksek tansiyon belirtileri tahminen ne zaman kaybolur?
4. Hastanın tansiyonu normal kan basıncında dengelenmediği sürece, hastayı taburcu edemeyeceğinizi göz önünde bulundurarak tansiyon takip çizelgesine göre sizce bu hasta taburcu olabilir mi? Eğer cevabınız evet ise hastanızı saat kaçta taburcu edeceksiniz? Neden?

Acile Gelen Yüksek Tansiyon Hastası: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Tablodaki “tansiyon ölçüm zamanı (saat)”, hastaneye ilk gelişinden itibaren geçen zaman (dakika cinsinden) ile değiştirilerek oluşturulan yeni tablo verileri grafiksel ortama aktardığımızda, hastanın tansiyonunun (hem büyük tansiyon hem de küçük tansiyon) hastanede bulunduğu sürede zaman içinde düştüğünü; fakat düşüş oranının zamanla azaldığını (azalarak azalmak); düşüş oranının en fazla olduğu saatlerin hastaneye geldiği ilk 5 dakikalık zaman dilimindeyken, en az düşüşün olduğu saatlerin ise son bir saatlik zaman diliminde olduğunu kolaylıkla görebiliriz.

Tansiyon ölçüm zamanı (saat)	Zaman (dk.)	Büyük tansiyon (mmHg)	Küçük tansiyon (mmHg)
21:15	0	198	119
21:20	5	182	103
21:28	13	167	93
21:40	25	154	88
22:19	64	129	84
23:20	125	125	81



Hastayı rahatsız eden yüksek tansiyon belirtileri, hastanın büyük tansiyonunun 140, küçük tansiyonunun ise 85 mmHg'nın altına düştüğü saatlerde kaybolacaktır. Verilen tabloya baktığımızda, hastanın tansiyonu bu değerlere 21:40 ve 22:19 saatleri arasındaki 39 dakikalık bir zaman dilimi içinde ulaşmış olmalıdır. Büyük ve küçük tansiyon için, bu aralıktaki (dakikalık) ortalama değişimlere bakacak olursak;

$$\text{Büyük tansiyondaki ortalama değişim (mmHg): } \frac{129-154}{39} \cong -0,64$$

$$\text{Küçük tansiyondaki ortalama değişim (mmHg): } \frac{84-88}{39} \cong -0,10$$

Buradaki negatif işareti tansiyondaki düşüşe işaret etmektedir. Böylece, büyük tansiyonun $\frac{140-154}{-0,64} \cong 22$ dakika iken, küçük tansiyonun 85 mmHg'ye ulaşması için geçen tahmini süre $\frac{85-88}{-0,10} \cong 30$ dakikadır. Böylece, hastayı rahatsız eden yüksek tansiyon belirtileri tahminen saat 22:10'da (yani 21:40'tan 30 dakika sonra) kaybolacaktır. Grafiğe bakıldığında, hastanın tansiyondaki düşüşün neredeyse durmak üzere olduğu ve son ölçüm değerlerinin neredeyse normal tansiyona (120/80) yaklaştığını görebiliriz. Son bir saatte yaklaşık 4mmHg'lık bir düşüş olduğunu göz önüne alırsak, son tansiyon ölçümünden en fazla bir saat sonrasında (eğer tansiyondaki düşüş miktarı son bir saatteki düşüş miktarıyla aynı kalsa bile) hastanın tansiyonu normale ulaşacağından, hasta saat 00:20'de taburcu edilebilir.