

**Matematisel Modelleme
Etkinlik Örnekleri ve
Çözüm Yaklaşımları**

Hangi Konutu Almalı?



- Aylık 2.700 TL net geliri ve kira hariç 1.200 TL sabit gideri olan Kerem Bey, kiracı olmaktan kurtulmak ve bir konut almak istiyor. Kerem Bey ve ailesinin birikmiş 25.000 TL'si var. Kerem Bey, tanıdığı birkaç emlakçının portföyünden ve internet ilanlarından yararlanarak almayı düşündüğü daireleri belirleyerek bunların bilgilerini Tablo 1'deki gibi düzenlemiştir.

Tablo 1. Satılık konutlar ve özellikleri

Özellikler	Satılık Konutlar				
	A	B	C	D	E
Konut tipi	Daire	Müstakil Ev	Daire	Müstakil Ev	Yazlık
Kapladığı alan (m2)	110	100	200	180	80
Oda Sayısı	3+1	3+1	4+1	2+1	2+1
Binanın Yaşı	8	12	1	6	15
Binadaki kat sayısı	5	2	6	1	2
Bulunduğu kat	1	Müstakil	6	1	Müstakil
Merkeze uzaklığı (km)	10	6	3	4	18
Isıtma	Kombi	Soba	Kombi	Soba	Kombi
Fiyatı	90.000	140.000	120.000	135.000	85.000

Kerem Bey, konut alırken önemli olduğunu düşündüğü birkaç hususu da aşağıdaki gibi not etmiştir:

- Konutun kapladığı alan büyürse ısınma masrafı artar.
- Binanın yaşı ile sağlamlığı ters orantılıdır.
- Binanın şehir merkezine olan uzaklığı arttıkça fiyatı düşmektedir

- Kerem Bey, biriktirdiği parayı peşinat olarak vermeyi, geriye kalan kısmı ise bankadan kredi alarak ödemeyi düşünmektedir. Kredi için 4 bankayla görüşerek, bu bankaların kredi ve faiz oranlarını içeren bir tablo da oluşturmuştur (bkz. Tablo 2).

Tablo 2. Bankaların kredi faiz oranları

Kredi Tutarı (TL)	Vade (Ay)	Bankalar ve Faiz Oranları (%)			
		V Bankası	X Bankası	Y Bankası	Z Bankası
60000-80000	60	0,84	0,95	0,79	0,82
60000-80000	96	0,85	1,05	1,07	0,86
60000-80000	120	0,87	1,05	1,15	0,92
80000-100000	60	0,83	0,96	0,82	0,86
80000-100000	96	0,84	1,06	0,89	0,88
80000-100000	120	0,86	1,07	0,91	0,94
100000-120000	60	0,82	0,97	0,8	0,81
100000-120000	96	0,83	1,07	0,84	0,82
100000-120000	120	0,85	1,09	0,85	0,84

Kerem Bey'in sizin yardımınıza ihtiyacı vardır. Onun hangi konutu tercih etmesi ve hangi finansman alternatifini ve vadesini seçmesi gerektiğini nedenleri ile açıklayan bir model geliştiriniz.

- Hangi Konutu Almalı: Öncelikle Kerem Bey'in aylık ödeyebileceği maksimum ücret $2.700 - 1.200 = 1.500$ TL'dir. Dolayısıyla aylık ödemeler 1.500 TL'yi geçmemelidir. Peşinatta verecekleri 25.000 TL'yi konutların fiyatlarından düşersek, bankadan alınması gereken kredi bulunur.

- Bu kredi miktarlarının çekilmesi için öncelikle konuta göre ağırlıklı ortalama puanı belirlenmelidir.
- 5 puandan büyük alana doğru 1'er puan azaltılarak en az 1 puan verilebilir. Eğer eşit özellikler söz konusu ise bütün konutlara verilecek toplam puan 15 olacak şekilde orantılı puanlama yapılabilir.

Özellikler	Satılık Konutlar				
	A	B	C	D	E
Kapladığı alan (m2)	3	4	1	2	5
Oda Sayısı	2,5	2,5	1	4,5	4,5
Binanın Yaşı	3	2	5	4	1
Merkeze uzaklığı (km)	2	3	5	4	1
Isıtma	4	1,5	4	1,5	4
Fiyatı	4	1	3	2	5
Ağırlıklı Ortalama Puan	18,5	14	19	18	20,5

Bu puanlamaya göre E tipi konut özellikleri göz önüne alındığında en çok ağırlıklı puana sahip konut olarak göze çarpmaktadır (Diğer özellikler de hesaba katıldığında sonuç değişebilir.). E konutunu almak için çekilmesi gereken kredi miktarı: $85.000 - 25.000 = 60.000$ TL'dir.

Buna göre aşağıdaki tablodaki faiz oranları elde edilir:

Kredi Miktarı ve Vade (Ay)	Bankaların Faiz Oranları Vadelere toplam faiz oranları(%)				Aylık Ödemeler (TL)			
	V	X	Y	Z	V	X	Y	Z
60000 (60)	50,4	57	47,4	49,2	1504	1570	1474	1492
60000 (96)	81,6	100,8	102,72	82,56	1135	1255	1267	1141
60000 (120)	104,4	126	138	110,4	1022	1130	1190	1052

Bu tabloya göre Kerem Bey, kredi çekmek için Y bankasını tercih etmelidir. Bankaların 96 ve 120 aylık vadelerindeki aylık ödemeler daha düşük görünmesine karşın toplamda ödenecek faiz miktarı daha fazla olduğu için tercih edilmemelidir.

Doğa Yürüyüşü Parkuru Krokisi



- Son yıllarda, trekkinge (doğa yürüyüşü) olan talebin gittikçe artması dolayısıyla bu yürüyüşleri organize eden acentelerin sayısı da artmaktadır. Bu acenteler daima yeni parkurlar keşfedip kişiye özel farklı zorluklarda parkur önerileri sunmak için çalışmaktadırlar. Bu amaçla, yeni kurulan bir acente de bilinenlerden farklı parkurlar belirleyerek bunları müşterilerinin hizmetine sunmayı planlamaktadır. Bu acente için çalışan sporcular farklı parkurlarda yürüyüşler yapmaktadır. Sporcuların yürüyüşleri uydu kaydıyla anlık takip edilmekte ve yürüyüş başlangıcından itibaren sporcuların gittikleri mesafe ve buldukları konumun eğimi, mesafe-eğim grafiği formatında anlık kaydedilmektedir. Bu yürüyüşlerden bir tanesi için uydu kayıt verileri Şekil 1'de gösterilmiştir.



- Şekil 1'deki grafik kullanılarak parkurun taslağı (kroki), mesafe-yükseklik grafiği şeklinde çizilebilmektedir. Acente bu konuda bir matematikçiden yardım istemeye karar verir. Sizden bu parkur için grafik verisini kullanarak parkurun taslağını (mesafe-yükseklik grafiğini) oluşturmaya yarayacak bir yöntem geliştirmeniz ve bu yöntemi acente çalışanlarına açıklamanız beklenmektedir.

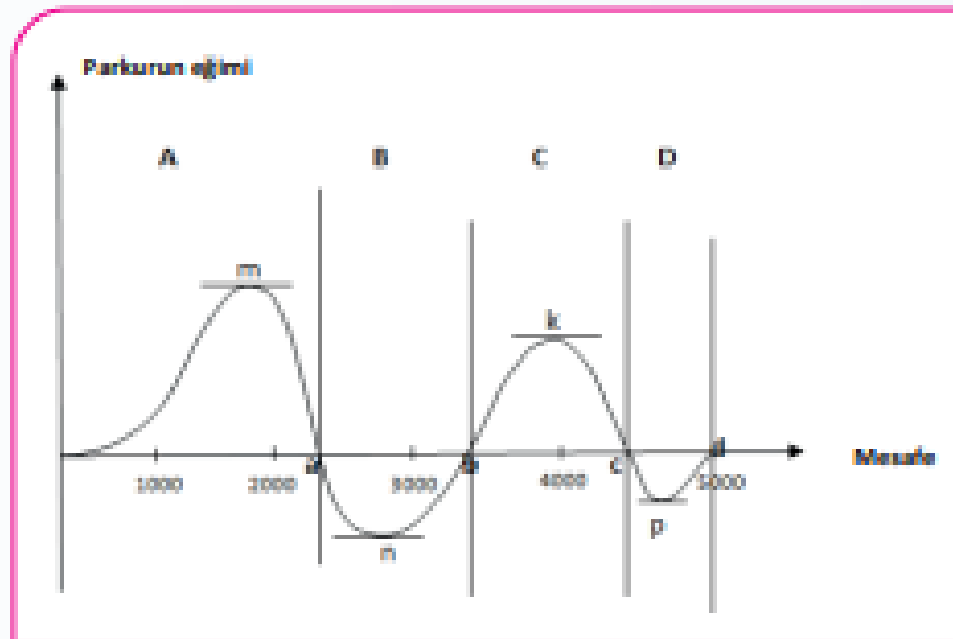
- Örnek Çözüm Yaklaşımı; Soruda öğrencilerden verilen grafik verisini kullanarak parkurun taslağını yani “mesafe-yükseklik grafiğini” oluşturmalarına yardımcı olacak yöntem geliştirmeleri beklenmektedir. Verilen “mesafe-eğim” grafiği “mesafe-yükseklik” grafiğinin türev grafiğidir.

Mesafe-eğim $\longrightarrow f'$

Mesafe-yükseklik $\longrightarrow f$

Verilen bu türevlenmiş grafik (f'), 1. türev ve 2. türevin özellikleri yorumlanarak, grafiğin türevlenmemiş hali (f) çizilecektir.

1. ADIM: Grafik bölgelere ayrılarak yorumlanabilir.

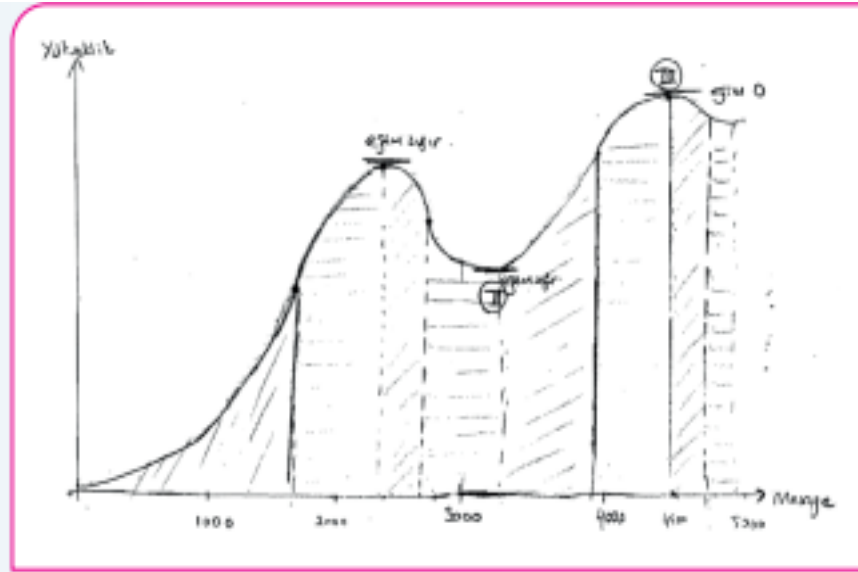


- A BÖLGESİ: “ $f' > 0$ ” olduğundan “ f ” fonksiyonu bu bölgede artan fonksiyondur. • m noktasına kadar parkurun eğimi artmışken, m noktasından a noktasına kadar eğim (artarak) azalmıştır ve a noktasında eğim sıfır olmuştur.

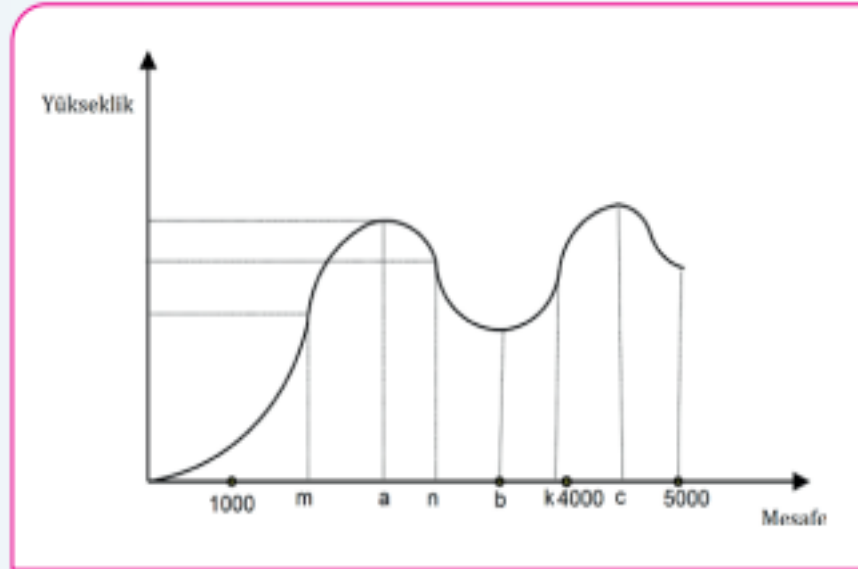
- B BÖLGESİ: : “ $f' < 0$ ” olduğundan “ f ” fonksiyonu bu bölgede azalan fonksiyondur. • a noktası ile b noktası arasında parkurun yüksekliği azalmaktadır.
- Not: Bu bölgedeki yüksekliğin azalışı A bölgesine göre daha az olmuştur, o sebeple grafiği çizerken buna dikkat edilmelidir.

- C BÖLGESİ: : “f’>0 ” olduğundan “f ” fonksiyonu bu bölgede artan fonksiyondur. • k noktasına kadar parkurun eğimi artarak artmışken, k noktasından c noktasına kadar eğim artarak azalmıştır ve c noktasında eğim sıfır olmuştur.

- D BÖLGESİ: : “ $f' < 0$ ” olduğundan “ f ” fonksiyonu bu bölgede azalan fonksiyondur. Bu durumda parkurun yüksekliği bu bölgede azalmaktadır



- 2. ADIM: Grafik yorumları kullanılarak mesafe yükseklik grafiği çizilir. Yükseklik 0 veya herhangi bir değerden başlayabilir. Parkurun taslağı yani "mesafe-yükseklik grafiği" şekildeki gibi olmuştur.



Boru Hattı Güzergâhını Belirle

Kıbrıs'a İçme Suyu

KKTC'nin suyu denizden gidecek.
Yavru Vatan artık Türkiye'den borularla gelecek olan suyu içecek.

Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti'nin (KKTC) su ihtiyacının Türkiye'den döşenecek boru hattıyla karşılanmasına dönük proje başlatıldı. Devlet Su İşleri (DSİ) Genel Müdürlüğü ile Alsim Alarko şirketi arasındaki mutabakat zaptı, bugün düzenlenen törenle imzalandı. Törende konuşan Enerji ve Tabii Kaynaklar Bakanı Hilmi Güler, 78 kilometre uzunluğunda, denizin 250 metre derinine askıda döşenecek 1,6 metre çapındaki boru hattı ile Kıbrıs'a yılda 75 milyon metreküp su verileceğini, bunun 15 milyon metrekübünün içme suyu olacağını, kalanının da sulamada kullanılacağını söyledi. Bu arada Alman Frankfurter Rundschau gazetesi, Türkiye'nin KKTC'ye bir boru hattı kurarak içme suyu nakletmeyi planladığını, bundan Kıbrıs'taki Rumların da istifade etmesinin düşünüldüğünü yazdı. Gazetede "Kıbrıslılar, Türklerin 'baş suyunu' içecek" başlığıyla verilen haberde, Kıbrıs'ta uzun yıllardan bu yana içme suyu sıkıntısı çekildiğine ve bunun hem artan turizm hem de tarım açısından çok önemli olduğuna işaret edilerek, Türkiye'nin planladığı ve Alarko-Holding tarafından yapılacak boru hattı projesinin yöneticisi Oktay Varlıer'in açıklamalarına yer verildi. Varlıer, yaklaşık 10 yıldan bu yana planlamalar üzerinde çalıştıklarını ve sonunda işe başlayacak olmalarından büyük mutluluk duyduğunu belirterek yaklaşık 250 milyon dolara mal olması beklenen projeyi 5 yıl içinde hayata geçirmeyi planladıklarını söyledi.

- Kıbrıs adasında yeterli tatlı su kaynakları bulunmadığından Türkiye'den Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti'ne bir boru hattı ile tatlı su taşınması planlanmaktadır. Antalya ve Adana, inşa edilecek boru hattı için su kaynağı sağlayabilecek alternatif iller arasında ön plana çıkmaktadır.
- Antalya için Manavgat nehri üzerine kurulu Manavgat Barajı, kaynak olarak düşünülmektedir.
- Adana için Seyhan nehri üzerine kurulu Seyhan Barajı kaynak olarak düşünülmektedir.

Döşenecek boru hattının maliyeti, karada doğanın yapısına göre değişmektedir.

Düz ve engebesiz bir arazi için ortalama maliyet 50.000 TL/km iken Dağlık bir arazi için bu maliyet 100.000 TL/km' ye kadar çıkabilmektedir. Denizdeki maliyeti ise 200.000 TL/km olarak öngörülmektedir.

Yetkililer, su kaynağı ve güzergâha karar verildikten hemen sonra inşaatın başlamasını istemektedir. Bu güzergâhı belirleme konusunda sizden de maliyet hesabıyla birlikte bir güzergâh önerisi sunmanız istenmiştir. Maliyetin en az olacağı bir güzergâh belirleyiniz.

Tablo1. İller ve ilçeler arası mesafe (km)

	Antalya	Manavgat	Alanya	Anamur	Silifke	Mersin	Adana	Girne (KKTC)
Antalya	0	78	135	261	398	489	558	260
Manavgat	78	0	59	185	323	411	480	200
Alanya	135	59	0	128	265	354	421	156
Anamur	261	185	128	0	140	223	292	65
Silifke	398	323	265	140	0	83	152	145
Mersin	489	411	354	223	83	0	69	220
Adana	558	480	421	292	152	69	0	250
KKTC (Girne)	260	200	156	65	145	220	250	0

Boru Hattı Güzergâhı: Örnek Çözüm Yaklaşımı

Soru incelendiğinde belirlenen güzergâhta maliyet hesabı yapılabilmesi için göz önünde bulundurulması gereken faktörler;

- Güzergâhın kaç km'lik kısmı karadan, kaç km'lik kısmı denizden gidecek.
- Güzergâhın karadan giden kısmı için arazinin yapısı

Bilinenler;

- Maliyet düz arazide ortalama 50.000 TL/km
- Engebeli bir arazide ise 100.000 TL/km'ye kadar çıkabilmektedir.
- Denizdeki maliyet ise 200.000 TL/km'dir.

Maliyet fonksiyonumuza M diyelim. Bu durumda fonksiyonumuz iki değişkenli bir fonksiyon olacak. Maliyetler bilindiği için bilinmeyenler güzergâhın karadaki uzunluğu (x) ve denizdeki uzunluğu (y) dir.

Düz bir arazi için maliyet;

$$M(x, y) = 50000x + 200000y$$

Engebeli bir arazi için;

$$M(x, y) = 100000x + 200000y$$

Ortalama bir arazi için ise;

$$M(x, y) = 75000x + 200000y$$

Şimdi bu fonksiyonları tanımladıktan sonra farklı güzergâhlar için maliyet hesabını yapalım. Denizde maliyet çok yüksek olduğu için " y " değerini en düşük seviyede tutmalıyız. Bu durumda denizdeki güzergâhımız Anamur-Kıbrıs arası olmalı. Yani $y = 78$ km olur.

Kaynak olarak Manavgat seçilirse; Manavgat-Anamur arası mesafe $x = 185$ km olur.

Manavgat – Anamur arası arazi bazı kısımlarda engebeli, bazı kısımlarda ise düz olduğu için ortalama almamız uygun olacaktır.

$$M(185, 78) = 75000 \times 185 + 200000 \times 78 = 29475000 \text{ TL}$$

- Kaynak olarak Adana seçilirse; Adana - Anamur arası mesafe $x = 292$ km, Adana - Anamur arası (genelde ova olduğu için) düz bir arazidir.

$$M(292, 78) = 50000 \times 292 + 200000 \times 78 = 30200000 \text{ TL}$$

- Bu durumda Manavgat kaynak olarak düşünülüp Anamur'a kadar kara yolu ile Anamur-Kıbrıs arası deniz yolu güzergâh olarak daha makul görünmektedir.